Equação da Conservação de Energia (Primeira Lei da Termodinâmica)

A primeira lei da termodinâmica é um enunciado da conservação de energia aplicado a um sistema. Esse princípio de conservação afirma que a soma algébrica de toda energia que cruza a fronteira do sistema deve ser igual à variação na energia do sistema. Como **calor** (Q) e **trabalho** (W) são as únicas formas de **energia** (E) que podem atravessar uma fronteira de sistema, pode-se escrever a primeira lei (para um processo que conduz o sistema do estado **1** para um estado **2**):

$$Q_{1\to 2} - W_{1\to 2} = E_2 - E_1 = \Delta E \,, \qquad (1)$$

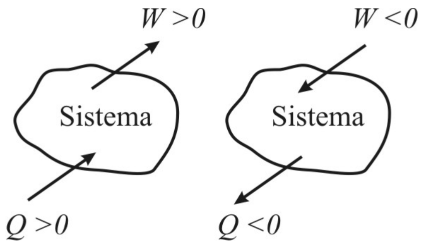
ou genericamente: $\delta Q - \delta W = dE$

$Q_{1\to 2}$ calor trocado com o sistema durante o processo 1 → 2, ou apenas Q

$W_{1\to 2}$ trabalho trocado com o sistema durante o processo 1 → 2, ou apenas W

O sinal negativo do trabalho é proveniente da convenção de sinais:

Convenção de sinais:



***Q* – calor:** é definido como a energia em transito devido à diferença de temperaturas e que não esta associada com transferência de massa.

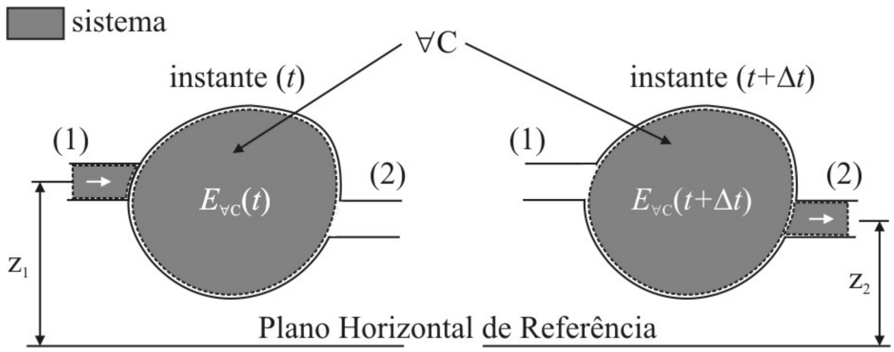
Calor não é energia armazenada ou possuída por um sistema ou volume de controle, ou seja, não é uma propriedade (propriedade é qualquer característica observável do sistema).

A troca de calor de ou para um sistema necessariamente exige uma mudança de estado daquele sistema e a quantidade de calor trocada é uma função do caminho que o sistema segue durante o processo que causa a mudança de estado.

***W* – trabalho**: forma de energia em transito não associada com transferência de massa, e devido à diferença de um potencial que não seja temperatura. Do mesmo modo que o calor não é uma propriedade do sistema.

Equação da conservação de Energia para um Volume de Controle

O volume de controle (∀**C**) ilustrado abaixo (em linha tracejada) é usado para obtenção da equação da conservação da energia. Uma quantidade de massa, ou seja, um sistema, que ocupa diferentes regiões nos instantes t e $t + \Delta t$ é mostrado atravessando o volume de controle.



Em um determinado instante de tempo t a energia do volume de controle é $E_{\forall C}(t)$ e corresponde a soma da energia interna, cinética e potencial gravitacional da massa contida no volume de controle. Passado um intervalo de tempo Δt , o fluido contido na região (1) indicada na figura, entra completamente no volume de controle. Simultaneamente uma outra quantidade de fluido (que estava no volume de controle) sai pela região (2). Para os dois instantes no tempo a energia do sistema é:

$$E(t) = E_{\forall C}(t) + m_1\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) \qquad (2)$$

(sistema formado pela região 1 e o volume de controle)

$$E(t+\Delta t) = E_{\forall C}(t+\Delta t) + m_2\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) \qquad (3)$$

(sistema formado pela região 2 e o volume de controle)

Durante o intervalo de tempo em que há escoamento, calor e trabalho são trocados com o meio. A massa e energia dentro do volume de controle podem variar, e as massas, m_1 e m_2 não são necessariamente iguais. Usando a equação da conservação de energia para o sistema (Eq.1) temos:

$$E(t+\Delta t) - E(t) = Q - W \qquad (4)$$

Substituindo as equações Eq.2 e Eq.3 na Eq.4:

$$\left[E_{\forall C}(t+\Delta t) + m_2\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right)\right] - \left[E_{\forall C}(t) + m_1\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right)\right] = Q - W \qquad (5)$$

Rearranjando a última equação:

$$E_{\forall C}(t+\Delta t) - E_{\forall C}(t) = Q - W + m_1\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) - m_2\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) \qquad (6)$$

Dividindo pelo intervalo de tempo Δt:

$$\frac{E_{\forall C}(t+\Delta t) - E_{\forall C}(t)}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} - \frac{W}{\Delta t} + \frac{m_1}{\Delta t}\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) - \frac{m_2}{\Delta t}\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) \qquad (7)$$

Tomando o limite para o intervalo de tempo tendendo a zero:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_{\forall C}(t+\Delta t) - E_{\forall C}(t)}{\Delta t} = \frac{\partial E_{\forall C}}{\partial t} \qquad (8)$$

E também:

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{Q}{\Delta t} = \dot{Q}$ (fluxo de calor),

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \dot{W}$ (fluxo de trabalho = potência) e

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{m}{\Delta t} = \dot{m}$ (fluxo de massa – vazão em massa)

Assim:

$$\frac{\partial E_{\forall C}}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \dot{m}_1\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) - \dot{m}_2\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) \qquad (9)$$

Generalizando para diversas entradas e saídas:

$$\frac{\partial E_{\forall C}}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum_{i=0}^{Entradas} \dot{m}_i\left(u_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i\right) - \sum_{j=0}^{Saidas} \dot{m}_j\left(u_j + \frac{V_j^2}{2} + gz_j\right) \qquad (10)$$

Caso as propriedades e grandezas não forem constantes nas áreas de entrada e saída de massa do volume de controle, a equação deve ser integrada nessas superfícies:

$$\frac{\partial E_{\forall C}}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum_{i=0}^{Entradas} \int_{Area} \rho_i\left(u_i + \frac{V_i^2}{2} + g\,z_i\right)V_{ni}\,dA_i - \sum_{j=0}^{Saidas} \int_{Area} \rho_j\left(u_j + \frac{V_j^2}{2} + g\,z_j\right)V_{nj}\,dA_j$$

(11)

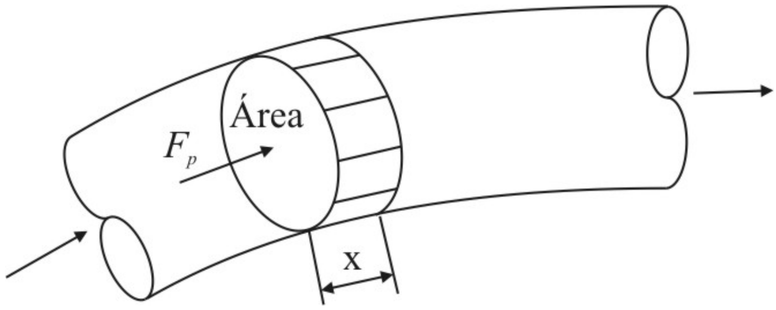
Sabendo V_n é a velocidade normal e que $\vec{n}$ é um vetor unitário normal à área A, generalizando para toda a superfície de controle (SC):

$$\boxed{\frac{\partial E_{\forall C}}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} - \int_{SC} \rho\left(u + \frac{V^2}{2} + g\,z\right)\vec{V}\cdot\vec{n}\,dA}$$

Trabalho para um Volume de Controle

É conveniente separar o trabalho W em dois termos. Um associado à pressão do fluido nas entradas e saídas de massa no volume de controle $\left(W_p\right)$, e outro, que inclui todos os demais tipos de trabalho $\left(W_{\forall C}\right)$. Como os associados com eixos rotativos (W_E), movimentação das fronteiras do volume de controle e advindos de efeitos elétricos, magnéticos e provenientes também, dos efeitos da tensão superficial e de cisalhamento.

O trabalho das forças de pressão pode ser mais facilmente compreendido analisando a próxima figura:



Para que o fluido "entre" no volume de controle, uma força, proveniente da pressão (F_p) deve impeli-lo. O trabalho desta força é $W_p = F_p x$ ou $W_p = p\,A\,x$. Deste modo , a potência desta força é $\dot{W}_p = p\,A\,x/\Delta t$, ou ainda $\dot{W}_p = p\,A\,V$. Caso a pressão e a velocidade não sejam constantes na área o trabalho é calculado assim: $\dot{W}_p = \int_{Area} pV\cdot\vec{n}\,dA$, lembrando que $\vec{n}$ é um vetor unitário normal à área A. Deste modo:

$$\dot{W} = \dot{W}_{\forall C} + (p_2A_2)V_2 - (p_1A_1)V_1 \qquad (12)$$

Outra forma de apresentação é (lembrando que $\dot{m}_1 = \rho_1\,V_1\,A_1$ e $\dot{m}_2 = \rho_2\,V_2\,A_2$):

$$\dot{W} = \dot{W}_{\forall C} + \dot{m}_2\frac{p_2}{\rho_2} - \dot{m}_1\frac{p_1}{\rho_1} \qquad (13)$$

Substituindo a Eq.13 na Eq.9:

$$\frac{\partial E_{\forall C}}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W}_{\forall C} + \dot{m}_1\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho_1}\right) - \dot{m}_2\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho_2}\right) \qquad (14)$$

Observações

A equação Eq.11 é a equação da conservação da energia para o caso geral. Muitas vezes, devido às características do escoamento em estudo é possível simplificá-la. Por exemplo, se puderem ser consideradas uniformes as propriedades nas seções de entrada e saída de massa, há uma simplificação e a equação pode ser usada como apresentada em Eq.10. Caso haja apenas uma entrada e uma saída do volume de controle é possível usar o formato de Eq. 9. ou Eq. 14. Se o escoamento desenvolver-se em regime permanente, o termo de variação da energia do volume de controle com o tempo é nulo, desta forma (e $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$):

$$\dot{Q} - \dot{W}_{\forall C} + \dot{m}_1\left(\frac{V_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) - \dot{m}_2\left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) = 0 \qquad (15)$$

Na ausência de trocas de calor, máquinas e perdas $\dot{Q} = 0$, $\dot{W}_{\forall C} = 0$, $u_1 = u_2$ e ainda fluido incompressível ($\rho_1 = \rho_2$),

$$\dot{m}\left(\frac{V_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) - \dot{m}\left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) = 0 \qquad (16)$$

Simplificando:

$$\left(\frac{V_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) - \left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) = 0 \qquad (17)$$

Dividindo pela aceleração da gravidade:

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = 0 \qquad (18)$$

A equação Eq.18 é conhecida como Equação de Bernoulli.

Muitos livros texto adotam a nomenclatura “carga” (*H*):

$$H = \left(\frac{V^2}{2g} + z + \frac{p}{\gamma}\right) \qquad (19)$$

Deste modo, a equação de Bernoulli pode ser escrita da seguinte forma:

$$H_1 = H_2 \qquad (20)$$

A dimensão da carga, em uma base MLT é L, no Sistema Internacional a unidade de carga é o **metro**. Evidentemente metro não é uma unidade de energia e aparece na equação (da energia) devido às manipulações propostas. (Faça uma análise dimensional dos termos!)

Sobre as parcelas componentes da energia

U – energia interna: representa a energia que as moléculas da substância possuem em nível microscópico. Está associada à condição termodinâmica, ou seja, pode ser determinada através de um par de propriedades termodinâmicas independentes, tal qual, o par de propriedades pressão e temperatura.

E_{cin} – energia cinética: é a energia resultante do movimento macroscópico.

E_{pot} – energia potencial: é a energia devido à exposição a um campo gravitacional.

Energia específica

A energia específica é obtida através da divisão da energia pela massa.

Energia interna específica:

$$u = \frac{U}{m}$$

Energia cinética específica:

$$e_{cin} = \frac{E_{cin}}{m} = \frac{0,5\,mV^2}{m} = \frac{V^2}{2}$$

Energia potencial específica:

$$e_{pot} = \frac{E_{pot}}{m} = \frac{mgz}{m} = gz$$

Máquinas / Perdas

Voltando à equação Eq.15 e supondo que a única forma de trabalho (para um determinado escoamento) seja o trabalho executado por um eixo rotativo (máquina) e rearranjando os termos convenientemente (após a divisão da equação pela vazão em massa e gravidade - $\dot{m}_1 g = \dot{m}_2 g = \dot{m} g$ - lembrando da hipótese de regime permanente):

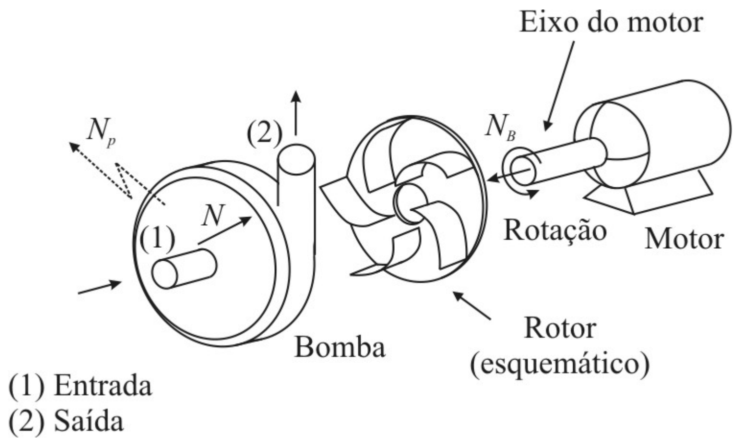
$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \frac{\dot{W}_E}{\dot{m}g} = \left(\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}g} + \frac{u_2 - u_1}{g} \qquad (21)$$

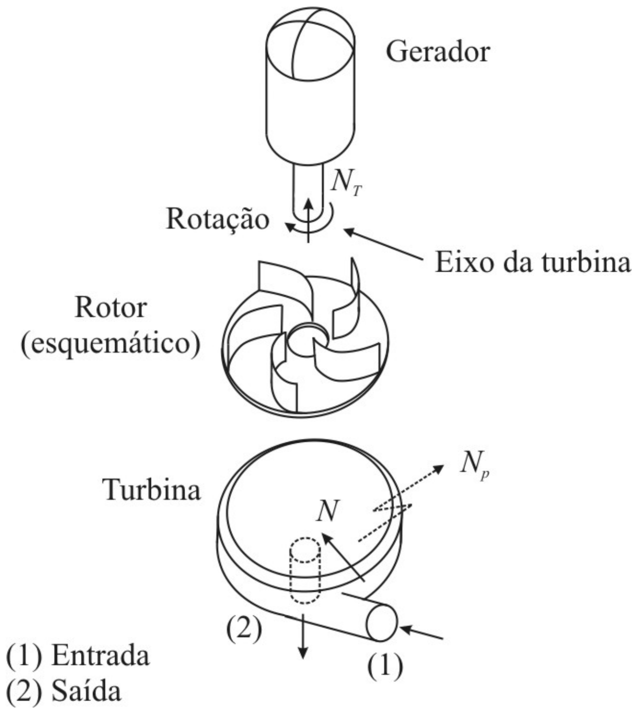
O termo $-\frac{\dot{Q}}{\dot{m}g} + \frac{u_2 - u_1}{g}$, é relacionado a conversão indesejada de formas "úteis" de energia (como energia cinética e potencial) em formas não utilizáveis que energia (energia interna e calor). É um termo que os livros texto costumam designar como perda de carga (H_p).

O termo $\frac{\dot{W}_E}{\dot{m}g}$, como mencionado, é relativo à presença de máquinas no escoamento e, em geral, é apresentado genericamente como H_B ou H_T, que são conhecidos respectivamente como, carga da bomba e carga da turbina (ou carga manométrica da bomba e carga manométrica da turbina).

As máquinas servem para adicionar energia ou retirar energia ao fluido. Para os fluidos incompressíveis, em geral, a denominação das máquinas segue a nomenclatura bomba e turbina, sendo a bomba, uma máquina que fornece energia ao fluido e a turbina, uma máquina que retira energia do fluido. Existem, entretanto, muitos tipos de máquinas. Bombas de diferentes tipos de construção (centrífuga, axial, de pistão, de diafragma), ventiladores, compressores, turbinas (hidráulicas – tipo pelton, kaplan, francis – e a gás), etc.

Todas as máquinas têm rendimento, ou seja, nem toda a energia fornecida a elas através de um motor, como no caso de uma bomba, por exemplo, é completamente aproveitada ou, nem toda energia retirada de um fluido por uma turbina, pode ser convertida em energia elétrica. Devido à construção mecânica, há perdas, provenientes da própria geometria da máquina, de atritos internos e a forma de transferência de energia. Esquematicamente:





Conforme mencionado:

$$N = \dot{W}_E = \dot{m}\, g\, H_B \ \text{ e } \ N = \dot{W}_E = \dot{m}\, g\, H_T \qquad \text{(22) e (23)}$$

Sendo N, a potência fornecida ao fluido pela bomba, ou retirada do fluido pela turbina. A potência da máquina deve levar em conta o rendimento:

$$\eta_B = \frac{N}{N_B}, \text{ pois } N_B > N \quad \text{e} \qquad (24)$$

$$\eta_T = \frac{N_T}{N}, \text{ pois } N > N_T \qquad (25)$$

Sabendo que N_B é a potência do motor da bomba ou potência da bomba (ou ainda a potência no eixo da bomba) e N_T é a potência da turbina (ou potência no eixo da turbina). É mais comum substituir a vazão em massa pela vazão em volume nas equações, lembrando que:

$$\dot{m} = \rho \bar{Q} \qquad (26)$$

Combinando as equações Eq.26, Eq.24 e Eq.22:

$$N_B = \frac{\gamma \bar{Q} H_B}{\eta_B} \qquad (27)$$

Combinando as equações Eq.26, Eq.25 e Eq.23:

$$N_T = \eta_T\, \gamma\, \bar{Q}\, H_T \qquad (28)$$

A equação da conservação da energia pode ser escrita da seguinte forma:

$$H_1 + H_B = H_2 + H_{p\,1,2} \tag{29}$$

$$H_1 - H_T = H_2 + H_{p\,1,2} \tag{30}$$

Desde que válidas as seguintes hipóteses simplificadoras: