Equacionando o trabalho de atrito...

Vimos que na equação do BE ou BEM, os termos provenientes de forças atuando no processo são transformados em termos de energia, os quais ainda podem ser escritos em termos de uma altura equivalente à taxa energética considerada. Lembre-se que a transformação dos termos das taxas de energia em altura equivalente era feita dividindo-se os termos de energia por $\dot{m}\,g$ (energia potencial, energia proveniente do trabalho devido a forças atuando no sistema e energia cinética). Para a transformação da força de atrito num termo energético, deve-se lembrar que uma força está normalmente associada a uma pressão sendo exercida sobre o volume de controle considerado ao redor do fluido. A pressão está associada a um trabalho que o fluido pode exercer sobre as vizinhanças. No caso da força de atrito, pode-se imaginar que existe uma pressão fictícia atuando contra a movimentação do fluido e neste caso, o fluido deixará de realizar um trabalho sobre as vizinhanças. Assim, a transformação da força de atrito num termo de energia a ser incluído na equação do BEM é feita como segue. Contudo inicialmente, iremos classificar os tipos de perda de carga existentes.

Tipos de perda de carga

- **distribuída**: se dá ao longo do escoamento de dutos, de seção transversal de área constante, devido aos atritos das próprias partículas do fluido entre si ou com as paredes. Essa perda é considerável se tivermos trechos relativamente compridos dos dutos.

- **singular ou localizada**: ocorre em locais, chamados de acessórios, de uma instalação, nos quais o fluido sofre perturbações bruscas no seu escoamento. Pode ser grande em trechos relativamente curtos da instalação, como as perdas em válvulas, mudanças de direção, expansões ou alongamentos bruscos, passagens divergentes, obstruções parciais, Tê ou "T", cotovelos, etc.

Dedução da fórmula para perda de carga distribuída – a equação de Darcy-Weissbach:

Primeiramente, devemos converter a força de atrito numa pressão de atrito fictícia (P_{at}), o que pode ser feito, dividindo-se a força de atrito pela seção transversal de área aonde a pressão seria exercida (como uma pressão de oposição ao escoamento). Logo temos:

$$P_{at} = \frac{Fat}{A} = \frac{f^* A_c \tfrac{1}{2} \rho v_c^2}{\left(\pi d_p^2 / 4\right)} = \frac{1}{2} \frac{\rho v_m^2 f^* \pi d_p L}{\pi \left(d_p^2 / 4\right)} = \frac{2 \rho v_m^2 f^* L}{d_p}$$

A pressão de atrito fictícia é convertida em termos de uma grandeza energética expressa como uma altura equivalente, ou seja, carga, da mesma forma que a pressão exercida

sobre o fluido era convertida, i.e., divide-se a pressão de atrito fictícia pelo peso específico, a saber:

$$H_{A,tubos} = \frac{P_{at}}{\gamma} = \frac{2\rho v_m^2 f^* L}{d_p \gamma} = \frac{2\rho v_m^2 f^* L}{d_p \rho g} = \frac{2 v_m^2 f^*}{g} \frac{L}{d_p}$$

Vimos que alguns autores no lugar de definirem o fator de atrito como sendo *f**, consideram o fator de atrito de Darcy, *f*, como sendo:

$$f = 4 f^* \Rightarrow f^* = \frac{f}{4}$$

Assim, substituindo a definição de fator de atrito de Darcy no termo H_A, temos:

$$H_{A,tubos} = \frac{2 v_m^2 f^*}{g} \frac{L}{d_p} = \frac{2 v_m^2 f}{g 4} \frac{L}{d_p} = \frac{1}{2} \frac{v_m^2}{g} f \frac{L}{d_p}$$

Ou seja, temos:

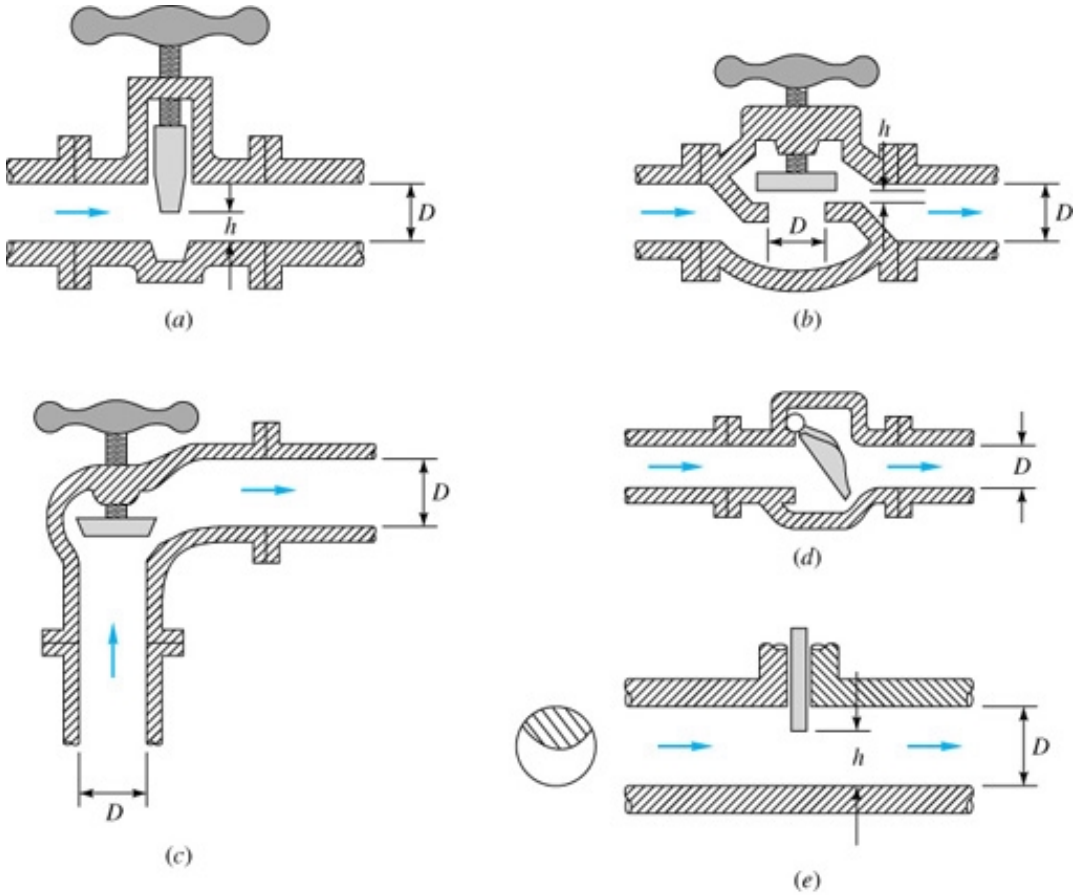
$$H_{A,tubos} = \frac{1}{2} \frac{v_m^2}{g} f \frac{L}{d_p} \qquad \text{(DA-I)}$$

A equação (DA-I) é conhecida como a equação de Darcy-Weissbach para a descrição da perda de carga em dutos.

Nota-se da equação (DA-I), que a definição em termos do fator de atrito de Darcy, *f*, leva a uma visualização da energia cinética, razão de sua definição. Infelizmente, como já ressaltamos anteriormente, não existe uma convenção internacional para a definição do fator de atrito e livros apresentam correlações para o fator de atrito expresso como *f* ou *f** e muito cuidado deve ser tomado ao se usar a correlação constante nos livros!

Apresentação de fórmulas para perda de carga singular:

A dificuldade neste momento é caracterizar a área característica do atrito. Para tanto observe, as singularidades correspondentes a válvulas, desenhadas a seguir (figuras extraídas de White, p. 257):



(a) válvula gaveta; (b) válvula globo; (c) válvula em ângulo; (d) válvula de retenção basculante; (e) válvula tipo disco

Assim, duas idéias surgem para caracterizar o termo da perda de carga.

Na primeira, o termo da área característica do escoamento é juntado com o fator de atrito, tendo-se a seguinte expressão:

$$H_{A,\text{singularidade}} = K\frac{v_m^2}{2g} \qquad \text{(DA-II)}$$

sendo, K um fator que caracteriza o atrito na singularidade em questão e é um valor tabelado. Não existe um nome consagrado para K, podendo ser chamado de fator de atrito, fator de singularidade, fator de acessório, fator de acidente ou outros nomes mais.

Note que na equação (DA-II) *K* é adimensional!

Muitas vezes, é interessante expressar o termo de atrito K em função do fator de atrito f em tubos. A idéia é corrigir o fator de atrito obtido para os tubos, i.e., expressar a perda de carga como sendo proporcional à perda de carga num trecho reto, ou dando uma outra interpretação, **deseja-se expressar o atrito em função do comprimento de um**

trecho reto que daria a mesma perda de carga da singularidade em pauta. Nestes casos, a conversão é feita a partir da definição de um comprimento equivalente ao trecho reto da tubulação e a perda de carga é obtida como na equação (DA-III).

$$H_{A,\text{singularidade}} = \frac{v_m^2}{2g} f \frac{L_e}{d} \qquad \text{(DA-III)}$$

sendo, f obtido como para o caso de tubulações e L_e é um comprimento equivalente, tabelado.

A equação (DA-III) é mais usada para válvulas, cotovelos, "T", embora alguns autores também caracterizem valores de K para estes casos. A equação (DA-II) é normalmente usada para representar singularidades correspondentes a variações na seção transversal da área de escoamento, como expansões bruscas.

Obviamente, que para cada singularidade e para cada trecho de duto reto em que a perda de carga é significativa, uma equação de perda de carga deve ser considerada no BEM, ou seja,

$$H_A = \sum_i H_{A,i}$$

sendo, o índice i correspondente a cada elemento da instalação aonde ocorre perda de carga.

Para dutos não circulares as fórmulas (DA-I) e (DA-III) permanecem as mesmas substituindo-se o diâmetro da tubulação d_p pelo diâmetro hidráulico d_H, ou seja, temos as equações (DA-I-DH) e (DA-III-DH):

$$H_{A,tubos} = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{g} f \frac{L}{d_H} \qquad \text{(DA-I-DH)}$$

$$H_{A,\text{singularidade}} = \frac{v_m^2}{2g} f \frac{L_e}{d_H} \qquad \text{(DA-III-DH)}$$

Para o cálculo das equações (DA-I) a (DA-III) os fatores K, f e/ou L_e devem ser obtidos. O cálculo de f é o mesmo usado para caracterizar a força de atrito no escoamento em dutos e já foi analisado exaustivamente. Da obtenção de K ou L_e trataremos em seguida, apresentando valores da literatura para estas constantes. Observe que dados coletados de referências distintas fornecerão diferentes valores para a perda de carga. Isto ocorre porque os valores tabelados e diagramados a seguir são obtidos experimentalmente e, portanto, são descritivos do sistema experimental particular que foi utilizado. Assim, o uso dos valores tabelados no projeto e na modelagem de processos, requer uma visão crítica do engenheiro.

Tabela para o cálculo do comprimento equivalente (extraída de Fox & MacDonald, 2001):

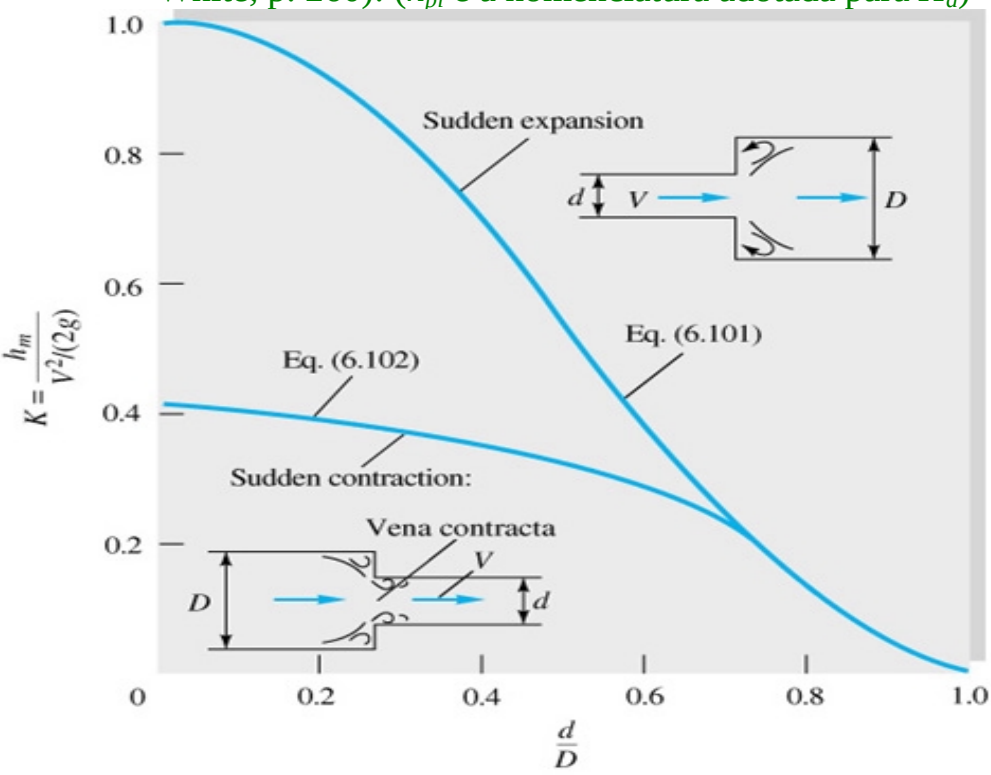
tipo de acessório		**comprimento equivalente** $\left(\frac{L_e}{d}\right)$
válvulas (completamente abertas):		
	gaveta	8
	globo	340
	angular	150
	esfera	3
válvula de retenção:	tipo globo	600
	tipo angular	55
válvula de pé com crivo:	disco guiado	420
	disco articulado	75
cotovelo padrão:	de 90°	30
	de 45°	16
curva de retorno (180°) de configuração curta		50
Tê ("T") padrão:	escoamento principal	20
	escoamento lateral	60

Tabela para o cálculo do fator *K* (extraída de White, p. 258):

Coeficientes de perda localizada $K = h_p/[V^2/(2g)]$ para válvulas abertas, cotovelos e tês.

	Diâmetro nominal, pol (mm)								
	Parafusada				Flangeada				
	½ (13)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	8 (200)	20 (500)
Válvulas (totalmente abertas):									
Globo	14	8,2	6,9	5,7	13	8,5	6,0	5,8	5,5
Gaveta	0,3	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03
Retenção basculante	5,1	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
Em ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0	4,5	2,4	2,0	2,0	2,0
Cotovelos:									
45° normal	0,39	0,32	0,30	0,29					
45° raio longo					0,21	0,20	0,19	0,16	0,14
90° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21
90° raio longo	1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10
180° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20
180° raio longo					0,40	0,30	0,21	0,15	0,10
Tês:									
Escoamento direto	0,90	0,90	0,90	0,90	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07
Escoamento no ramal	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,80	0,64	0,58	0,41

Perda de carga em expansões e contrações bruscas (figura extraída de White, p. 260): (h_{pl} é a nomenclatura adotada para H_a)



Perdas no escoamento na região de uma expansão gradual cônica (figura extraída de White, p. 260): (h_{pl} é a nomenclatura adotada para H_A)

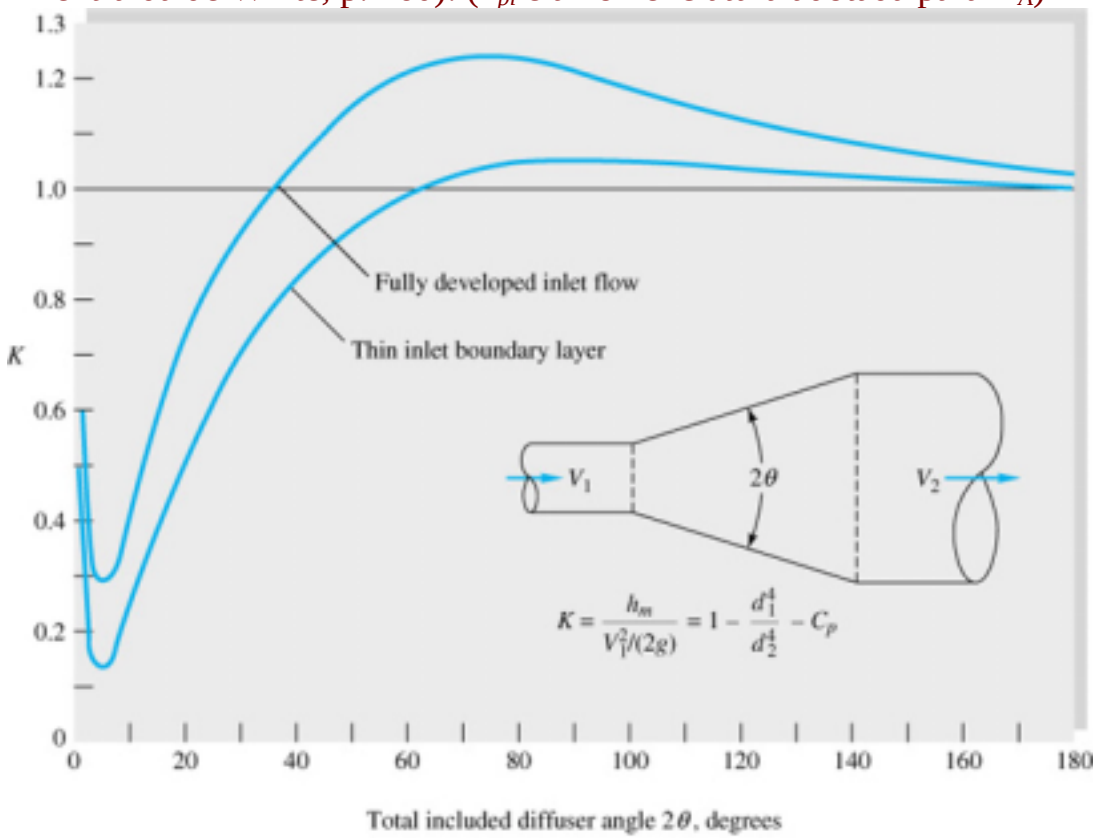
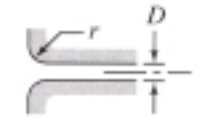


Tabela para contração gradual (White, p. 261)

ângulo de cone de contração 2θ, graus	30	45	60
K	0.02	0.04	0.07

Tabela extraída de Fox (p. 235)

Coeficientes de Perdas Localizadas para Entradas de Tubos (Dados de [12].)

Tipo de Entrada	Coeficiente de Perda Localizada, K^a
Reentrante →	0,78
Borda viva →	0,5
Arredondado → 	r/D: 0,02 | 0,06 | ≥ 0,15 K: 0,28 | 0,15 | 0,04

[a] Baseado em $h_L = K(\bar{V}^2/2)$, onde $\bar{V}$ é a velocidade média no tubo.

outros valores tabelados para escoamento turbulento (Geankoplis, 1993, p.93 e Notas de Aula do Prof. Antônio de Oliveira):

singularidade	*K*	singularidade	*K*
medidor venturi	2.50(*)	bocais	2.75
entrada normal em canalização	0.50	saída de canalização	1.00
entrada de borda	1.00	cotovelo de 45°	0.35(**)
existência de pequena derivação	0.03	cotovelo de 90°	0.75(**)
crivo	0.75	Te	1(**)
comporta aberta	1.00	união	0.04(**)

(*) relativo velocidade de canalização
(**) dados de Geankoplis

valores tabelados para escoamento laminar (Geankoplis, 1993, p.94):

	K				
Re	50	100	200	400	1000
cotovelo de 90°	17	7	2.5	0.85	0.75
Te	9	4.8	3.0	1.4	1

fórmulas para o cálculo do fator K

singularidade de expansão abrupta:

$$K = \left(1 - \frac{A_e}{A_s}\right)^2$$ (escoamento turbulento ou laminar)

contração abrupta:

$$K = 0.55\left(1 - \frac{A_s}{A_e}\right)$$ (escoamento turbulento ou laminar)

Outros dados para o cálculo de perda de carga (Manual de Treinamento da KSB)

Comprimentos equivalentes a perdas localizadas. (Expressos em metros de canalização retilínea)*

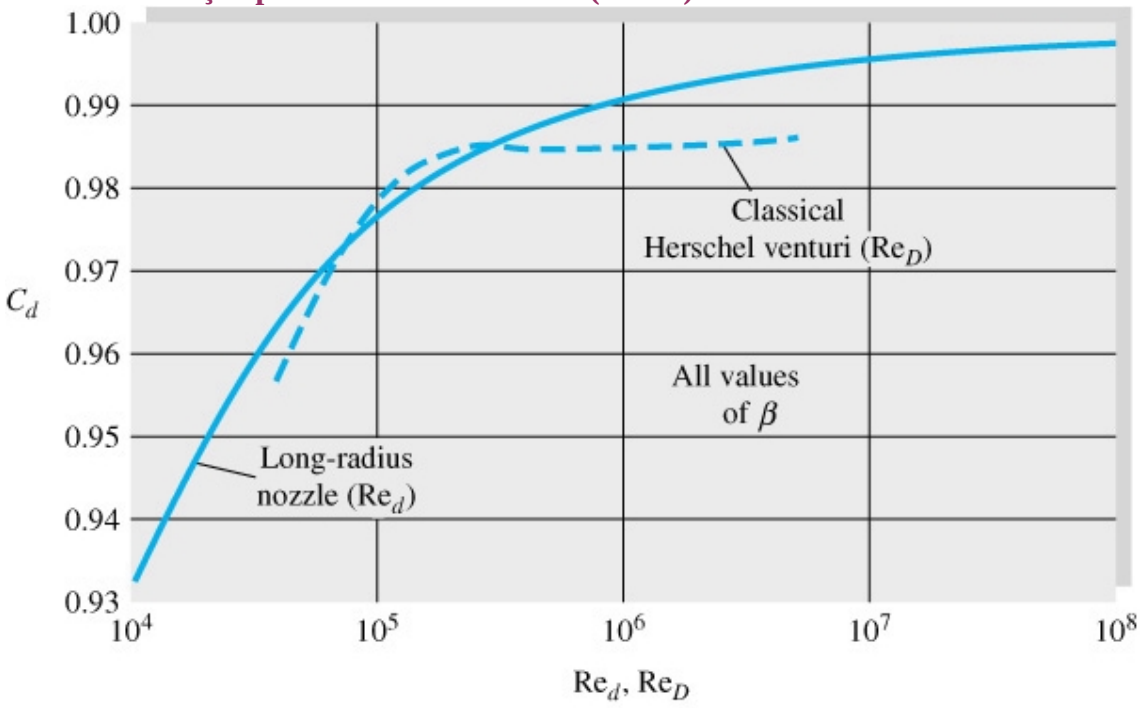
DIÂMETRO D mm	pol	COTOVELO 90° RAIO LONGO	COTOVELO 90° RAIO MÉDIO	COTOVELO 90° RAIO CURTO	COTOVELO 45°	CURVA 90° R/D = 1½	CURVA 90° R/D = 1	CURVA 45°	ENTRADA NORMAL	ENTRADA DE BORDA	REGISTRO DE GAVETA ABERTO	REGISTRO DE GLOBO ABERTO	REGISTRO DE ÂNGULO ABERTO	TÊ PASSAGEM DIRETA	TÊ SAÍDA DE LADO	TÊ SAÍDA BILATERAL	VÁLVULA DE PÉ E CRIVO	SAÍDA DA CANALIZ.	VÁLVULA DE RETENÇÃO TIPO LEVE	VÁLVULA DE RETENÇÃO TIPO PESADO
13	1/2	0,3	0,4	0,5	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,4	0,1	4,9	2,6	0,3	1,0	1,0	3,6	0,4	1,1	1,6
19	3/4	0,4	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,2	0,2	0,5	0,1	6,7	3,6	0,4	1,4	1,4	5,6	0,5	1,6	2,4
25	1	0,5	0,7	0,8	0,4	0,3	0,5	0,2	0,3	0,7	0,2	8,2	4,6	0,5	1,7	1,7	7,3	0,7	2,1	3,2
32	1 1/4	0,7	0,9	1,1	0,5	0,4	0,6	0,3	0,4	0,9	0,2	11,3	5,6	0,7	2,3	2,3	10,0	0,9	2,7	4,0
38	1 1/2	0,9	1,1	1,3	0,6	0,5	0,7	0,3	0,5	1,0	0,3	13,4	6,7	0,9	2,8	2,8	11,6	1,0	3,2	4,8
50	2	1,1	1,4	1,7	0,8	0,6	0,9	0,4	0,7	1,5	0,4	17,4	8,5	1,1	3,5	3,5	14,0	1,5	4,2	6,4
63	2 1/2	1,3	1,7	2,0	0,9	0,8	1,0	0,5	0,9	1,9	0,4	21,0	10,0	1,3	4,3	4,3	17,0	1,9	5,2	8,1
75	3	1,6	2,1	2,5	1,2	1,0	1,3	0,6	1,1	2,2	0,5	26,0	13,0	1,6	5,2	5,2	20,0	2,2	6,3	9,7
100	4	2,1	2,8	3,4	1,5	1,3	1,6	0,7	1,8	3,2	0,7	34,0	17,0	2,1	6,7	6,7	23,0	3,2	6,4	12,9
125	5	2,7	3,7	4,2	1,9	1,6	2,1	0,9	2,0	4,0	0,9	43,0	21,0	2,7	8,4	8,4	30,0	4,0	10,4	16,1
150	6	3,4	4,3	4,9	2,3	1,9	2,5	1,1	2,5	5,0	1,1	51,0	26,0	3,4	10,0	10,0	39,0	5,0	12,5	19,3
200	8	4,3	5,5	6,4	3,0	2,4	3,3	1,5	3,5	6,0	1,4	67,0	34,0	4,3	13,0	13,0	52,0	6,0	16,0	25,0
250	10	5,5	6,7	7,9	3,8	3,0	4,1	1,8	4,5	7,5	1,7	85,0	43,0	5,5	16,0	16,0	65,0	7,5	20,0	32,0
300	12	6,1	7,9	9,5	4,6	3,6	4,8	2,2	5,5	9,0	2,1	102,0	51,0	6,1	19,0	19,0	78,0	9,0	24,0	38,0
350	14	7,3	9,5	10,5	5,3	4,4	5,4	2,5	6,2	11,0	2,4	120,0	60,0	7,3	22,0	22,0	90,0	11,0	28,0	45,0

*Os valores indicados para registros de globo aplicam-se também às torneiras, válvulas para chuveiros e válvulas de descarga

	COMPONENTES	
VÁLVULAS / REGISTROS	Válvula de Gaveta (aberta)	0,2
	Válvula Globo (aberta)	6,0
	Válvula Borboleta (aberta)	0,2
	Válvula em Ângulo (aberta)	5,0
	Válvula de Retenção	2,5
	Válvula Flap	0,5
	Válvula de Pé	2,0
	Válvula de Pé com Crivo	2,5
PEÇAS / ACESSÓRIOS	Cotovelo de 90°	0,9
	Cotovelo de 45°	0,4
	Curva de 90°	0,4
	Curva de 60°	0,2
	Curva de 22,5°	0,1
	Tê (passagem direta)	0,6
	Tê (saída de lado	1,3
	Tê (saída bilateral)	1,8
	Junção	0,4
	Ampliação Gradual (com base na velocidade maior)	0,3
	Redução Gradual (com base na velocidade maior)	0,15
	Medidor de Vazão tipo Venturi	2,5
	Junta de Expansão	0,3
	Crivo	0,75
ENTRADAS E SAÍDAS	Entrada Normal	0,5
	Entrada Reentrante	1,0
	Entrada em Sino	0,05
	Entrada em Cone	0,2
	Saída Normal (descarga em tubo reto de comprimento adequado com distribuição uniforme de velocidades na secção)	1,0
	Saída com velocidade não uniforme (descarga imediatamente após uma válvula, uma curva, etc.)	2,0
	Velocidade	1,0

TABELA - COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA LOCALIZADA

Fator de correção para o medidor Venturi (White)



Exemplos de aplicação da equação de Bernoulli

aplicações importantes da equação de Bernoulli: modelagem de medidores de vazão/pressão, cálculo de expressões a serem usadas para caracterizar o fator *K* da perda de carga em singularidades e demais aplicações em que a quantidade de fluido pode ser considerada abundante, i.e., em que efeitos de inércia e de diferença de pressão são mais significativos que os efeitos friccionais ou viscosos. Ainda, a equação de Bernoulli é importante como subsídio para o entendimento das causas que levam ao escoamento de um fluido.

HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS POSSÍVEIS NA EQUAÇÃO BEM-CARGA (p. 140):

- quando não existem máquinas de fluidos: $H_M=0$
- velocidade nula na superfície fluida em reservatórios grandes (um critério prático para se considerar um reservatório como sendo grande, é ser o diâmetro deste, pelo menos 4 vezes maior que o da tubulação de saída – nem sempre este critério funciona!).
- quando da existência de máquinas (turbinas, compressores, ventiladores e sopradores), a perda de carga do fluido nas máquinas ou em torno delas não é considerado, pois é embutido no rendimento das mesmas – como veremos adiante). Cabe salientar que o volume de controle no BEM é sobre o fluido (não inclui o interior da máquina).
- em tubos curtos a perda de carga distribuída pode muitas vezes ser desprezada, desde que a perda de carga singular seja muito significativa ou nos casos em que não seja necessário relacionar a vazão com a queda de pressão.
- perdas de carga em singularidades podem ser muitas vezes desprezadas. Um critério prático para a inclusão dos termos de perda de carga localizada diz que a perda de carga deve ser considerada quando a distância entre as singularidades for inferior a 1000 vezes o diâmetro do tubo

aplicações importantes da equação do BEM: cálculo da potência de máquinas de fluidos; modelagem e projeto de instalações hidráulicas e industriais.

leitura recomendada:

White: p. 256-261, 269-280

Exemplos recomendados para leitura:

White: exemplo 6.16

Exercício 01 para reflexão:

O B.E.M sob certas hipóteses pode ser escrito como:

$$0 = \Delta\left(\frac{\dot{m}v_m^2}{2\alpha}\right) + \Delta\left(\dot{m}gz\right) + W_f - W_a + W_M$$

1. Quais são as hipóteses usadas para se chegar na equação acima?
2. O que significa W_a? Como pode ser calculado?
3. Por quê o termo correspondente à variação de energia potencial pode ser escrito como $\Delta\left(\dot{m}gz\right)$?
4. Quando a equação acima pode ser usada para resolver um problema?
5. A equação acima pode ser usada para descrever escoamentos não isotérmicos?
6. A equação acima pode ser usada para descrever o escoamento de fluidos não Newtonianos?
7. Que tipos de problemas podem ser resolvidos pela equação acima?
8. A equação pode ser usada para descrever escoamentos compressíveis? Como?
9. O que significa α e qual o seu valor?
10. Qual o termo correspondente à variação de energia potencial?
11. O que significa $\Delta(\ )$?
12. O que significa W_f? Como pode ser calculado?
13. O que significa W_M?

Exercício 02 para reflexão:

O B.E.M sob certas hipóteses pode ser escrito como:

$$0 = \Delta\left(\frac{v_m^2}{2g\alpha}\right) + \Delta(z) + \int_{P_s}^{P_e} \frac{dP}{\gamma} - H_a + H_M$$

1. Quais são as hipóteses usadas para se chegar na equação acima?
2. O que significa α e qual o seu valor?
3. A equação acima pode ser usada para descrever escoamentos não isotérmicos?
4. O que significa o termo $\int_{P_s}^{P_e} \frac{dP}{\gamma}$? Como ele pode ser simplificado para escoamentos incompressíveis? E para escoamentos incompressíveis e isotérmicos?
5. Como o termo de H_a pode ser escrito para o escoamento de fluidos Newtonianos no interior de dutos?
6. Qual o termo correspondente à carga potencial?
7. Qual o significado da equação acima?
8. A partir da equação acima como se pode calcular o trabalho de fluido?
9. Qual a unidade de cada termo na equação acima? Como estes termos são chamados?
10. Qual termo corresponde à perda de carga? Por quê ela surge no B.E.M?
11. Como a potência de uma máquina pode ser calculada da equação acima?