

EXEMPLOS DO CURSO DE ESTATÍSTICA – ENGENHARIA DE MATERIAIS

Exemplo: Peso de 25 bolos industriais

Forma bruta:					Disposição ordenada				
266	267	266	268	282	255	266	268	272	282
260	272	258	262	283	258	266	270	274	282
288	270	280	270	282	260	266	270	276	283
255	266	264	266	272	262	266	272	276	284
276	274	284	272	276	264	267	272	280	288

Nº de lotes: 0 ; 3 ; 4 ; 2 ; 2 ; 1 ; 2 (n = 7)

Nº de pedidos: (n = 26)

5 ; 7 ; 8 ; 7 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 6 ; 8 ; 7 ; 8 ; 7 ; 7 ; 8 ; 5 ; 6 ; 8 ; 7 ; 6 ; 7 ; 5 ; 6 ; 8 ; 7 ; 6

X_i	f_i
5	3
6	6
7	9
8	7
10	1
Total	26

Peso dos bolos: (n=125)

					PESO	Frequência
266	267	266	268	282	250 — 255	1
260	272	258	262	283	255 — 260	9
288	270	280	270	282	260 — 265	20
255	266	264	266	272	265 — 270	26
276	274	284	272	276	270 — 275	30
257	280	280	270	272	275 — 280	18
272	280	264	264	284	280 — 285	18
282	268	272	261	275	285 — 290	3
264	270	269	258	260	Total	125
266	257	262	263	265		
260	263	266	265	258		
268	270	274	269	260		
278	278	278	278	280		
254	272	274	268	265		
270	261	255	263	271		
258	272	272	280	265		
280	272	268	270	265		
264	270	278	264	270		
260	266	258	270	269		
269	274	269	286	268		
281	275	283	274	279		
281	278	277	274	282		
285	275	276	280	275		
267	272	276	275	270		
262	268	276	274	260		

Exemplo do nº de pedidos

X_i	f_i	fac_i	$ X_i - \bar{X} $	$f_i X_i - \bar{X} $	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
5	3	3	1,92	5,76	15	75
6	6	9	0,92	5,52	36	216
7	9	18	0,08	0,72	63	441
8	7	25	1,08	7,56	56	448
10	1	26	3,08	3,08	10	100
Total	26			22,64	180	1280

Exemplo do peso dos bolos

Peso	f_i	X_i	fac_i	$ X_i - \bar{X} $	$f_i X_i - \bar{X} $	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
250 ─ 255	1	252,5	1	18,64	18,64	252,5	63756,25
255 ─ 260	9	257,5	10	13,64	122,76	2317,5	596756,25
260 ─ 265	20	262,5	30	8,64	172,8	5250	1378125,00
265 ─ 270	26	267,5	56	3,64	94,64	6955	1860462,50
270 ─ 275	30	272,5	86	1,36	40,8	8175	2227687,50
275 ─ 280	18	277,5	104	6,36	114,48	4995	1386112,50
280 ─ 285	18	282,5	122	11,36	204,48	5085	1436512,50
285 ─ 290	3	287,5	125	16,36	49,08	862,5	247968,75
Total	125				817,68	33892,5	9197381,25

1) Suponha que a probabilidade de que um engenheiro de materiais utilize estatística em seu exercício profissional seja 0,20. Se durante a vida profissional, um engenheiro tiver cinco empregos distintos, qual a probabilidade de que ele utilize estatística em pelo menos um destes empregos.

2) Uma peça pode ser de qualidade inferior devido, entre outras coisas, a ser muito flexível ou a ter as dimensões fora da tolerância. Em uma prova de controle de qualidade se encontra 10% das peças com ambos os defeitos. Também se descobre que 25% das peças são muito flexíveis e que 30% das peças tem as dimensões fora da tolerância. Calcule a probabilidade de que uma peça, escolhida aleatoriamente, não seja muito flexível e não tenha as dimensões fora da tolerância.

3) Seja X a quantidade de certo produto (em milhares de unidade) e Y o respectivo custo total de produção (em milhares de reais). Sabemos que existe uma relação aproximadamente linear entre X e Y e que $Y \cong 3X + 4$. Se a quantidade média produzida for de 5,5 milhares de unidades com desvio padrão da quantidade produzida igual a 2,0 milhares de unidades:

- Qual será o custo médio total?
- Qual será a variância do custo total?

4) Num controle de qualidade são retiradas duas peças para serem inspecionadas. Sabemos que a probabilidade de uma peça ser rejeitada é igual a 0,01. Seja X o número total de peças rejeitadas e Y o número de peças rejeitadas quando só a primeira peça foi inspecionada.

- Determine a distribuição conjunta de X e Y .
- Determine as distribuições marginais de X e Y .
- Determine a covariância de X e Y .
- Determine o coeficiente de correlação de X e Y .

5) A Islander Fishing Company compra mariscos a \$1,50 a libra dos pescadores de Peconic Bay para vender para vários restaurantes de Nova York a \$2,50 a libra. Qualquer quantidade de mariscos não

vendida aos restaurantes até o final de semana, pode ser vendida para um fabricante de sopas local por \$0,50 a libra. As probabilidades dos diversos níveis de demanda são dadas a seguir:

Demanda (libras)	Probabilidade
500	0,2
1000	0,4
2000	0,4

a) Se o varejista comprar 1000 libras, calcule o lucro (ou prejuízo) para cada nível de demanda. Qual será o lucro esperado?

b) Se o varejista comprar 1500 libras, calcule o lucro (ou prejuízo) para cada nível de demanda. Qual será o lucro esperado?

6) Um fabricante afirma que a probabilidade de uma máquina não precisar usar a garantia é de 85%. Você compra cinco máquinas para a sua indústria.

a) Qual a probabilidade de três máquinas precisarem utilizar a garantia?

b) Assumindo que a afirmação é verdadeira, qual a chance de você obter resultados tão ruins ou piores que três máquinas precisarem utilizar a garantia?

c) Qual o número esperado de máquinas que precisarão utilizar a garantia?

d) Qual a variância e qual o desvio padrão do número de máquinas que precisarão usar a garantia?

7) Exemplo de aplicação da distribuição Binomial e da distribuição de Poisson: (normas da ABTN)

É dada a tabela de escolha do código de amostra em função do tamanho do lote e do nível de inspeção.

ANEXO A - Tabela 1 - Codificação de amostragem

Tamanho do lote	Níveis especiais de inspeção				Níveis gerais de inspeção		
	S1	S2	S3	S4	I	II	III
2 a 8	A	A	A	A	A	A	B
9 a 15	A	A	A	A	A	B	C
16 a 25	A	A	B	B	B	C	D
26 a 50	A	B	B	C	C	D	E
51 a 90	B	B	C	C	C	E	F
91 a 150	B	B	C	D	D	F	G
151 a 280	B	C	D	E	E	G	H
281 a 500	B	C	D	E	F	H	J
501 a 1200	C	C	E	F	G	J	K
1201 a 3200	C	D	E	G	H	K	L
3201 a 10000	C	D	F	G	J	L	M
10001 a 35000	C	D	F	H	K	M	N
35001 a 150000	D	E	G	J	L	N	P
150001 a 500000	D	E	G	J	M	P	Q
Acima de 500001	D	E	H	K	N	Q	R

Supomos que o lote tenha tamanho acima de 500001 e que foi adotado o nível de inspeção S1. Devemos utilizar, então, o código de amostras D.

Utilizando a tabela 2 – plano de amostragem simples – Normal (NBR5426/1985), temos:

Pelo plano de amostragem simples, com NQA = 1,5 temos que o tamanho da amostra deve se igual a oito. Devemos rejeitar o lote caso encontremos pelo menos um elemento defeituoso entre os oito elementos examinados. Se não encontrarmos elemento defeituoso, devemos aceitar o lote.

Pelo plano de amostragem simples, com NQA = 6,5 temos que o tamanho da amostra deve se igual a oito. Devemos rejeitar o lote caso encontremos pelo menos dois elementos defeituoso entre os oito elementos examinados. Se encontrarmos no máximo um elemento defeituoso entre os oito elementos examinados, devemos aceitar o lote.

Pelo plano de amostragem simples, se desejamos utilizar um NQA = 4,0 temos que o tamanho da amostra deve se igual a treze (flecha para baixo). Devemos rejeitar o lote caso encontremos pelo menos dois elementos defeituoso entre os treze elementos examinados. Se encontrarmos no máximo um elemento defeituoso entre os treze elementos examinados, devemos aceitar o lote.

Podemos calcular as probabilidades de aceitação dos lotes, baseado nas distribuições Binomial e Poisson.

ABNT - NBR 5426 Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos

QUALIDADE DO LOTE (p, em % defeituosa para NQA <= 10; em defeitos por 100 unidades para NQA >10)

Tabela 29 - Código D (n=8) - Valores tabulados para CCO de planos de amostragem simples

P _a	NQA (Inspeção normal)																		
	1,5	6,5	10	1,5	6,5	10	15	25	40	x	65	x	100	x	150	x	250	x	400
	p (% defeituosa)			p (defeitos por 100 unidades)															
99,0	0,13	2,00	6,00	0,13	1,86	5,45	10,3	22,3	36,3	43,8	59,6	76,2	93,5	129	157	215	244	355	386
95,0	0,64	4,64	11,1	0,64	4,44	10,2	17,1	32,7	49,8	58,7	77,1	96,1	116	156	186	249	281	399	432
90,0	1,31	6,88	14,7	1,31	6,65	13,8	21,8	39,4	58,2	67,9	87,8	108	129	171	203	268	301	424	458
75,0	3,53	12,1	22,1	3,60	12,0	21,6	31,7	52,7	74,5	85,5	108	130	153	199	234	303	339	468	504
50,0	8,30	20,1	32,1	8,66	21,0	33,4	45,9	70,9	95,9	108	133	158	183	233	271	346	383	521	558
25,0	15,9	30,3	43,3	17,3	33,7	49,0	63,9	92,8	121	135	163	190	218	272	312	392	432	577	617
10,0	25,0	40,6	53,9	28,8	48,6	66,5	83,5	116	147	162	193	222	252	309	352	437	478	631	672
5,0	31,2	47,1	59,9	37,5	59,3	78,7	96,9	131	164	180	212	243	274	334	378	465	509	665	707
1,0	43,8	58,8	70,7	57,6	83,0	105	126	164	200	218	252	285	318	382	429	522	568	732	776
	2,5	10	x	2,5	10	15	25	40	x	65	x	100	x	150	x	250	x	400	x
	NQA (Inspeção severa)																		

Nota: Valores baseados na distribuição binomial para % defeituosa e na de Poisson para "defeitos por 100 unidades".

Código D , n = 8 , NQA = 1,5 , Ac = 0 Re = 1

$$P(Ac) = \binom{8}{0} (1-p)^8 p^0$$

para $p = 0,13\% \rightarrow (1-p)^8 = (1-0,0013)^8 = 0,9987^8 = 0,98965 \cong 99\%$

para $p = 0,64\% \rightarrow (1-p)^8 = (1-0,0064)^8 = 0,9936^8 = 0,94993 \cong 95\%$

para $p = 1,31\% \rightarrow (1-p)^8 = (1-0,0131)^8 = 0,9869^8 = 0,89988 \cong 90\%$

.

.

.

para $p = 43,8\% \rightarrow (1-p)^8 = (1-0,438)^8 = 0,5620^8 = 0,00995 \cong 1\%$

Código D , n = 8 , NQA = 6,5 , Ac = 1 Re = 2

$$P(Ac) = \binom{8}{0} (1-p)^8 p^0 + \binom{8}{1} (1-p)^7 p^1$$

para $p = 2,00\% \rightarrow 0,9800^8 + 8 \times 0,9800^7 \times 0,0200 = 0,98966 \cong 99\%$

para $p = 4,64\% \rightarrow 0,9536^8 + 8 \times 0,9536^7 \times 0,0464 = 0,94998 \cong 95\%$

para $p = 6,88\% \rightarrow 0,9312^8 + 8 \times 0,9312^7 \times 0,0688 = 0,89956 \cong 90\%$

.

.

para $p = 58,8\% \rightarrow 0,4120^8 + 8 \times 0,4120^7 \times 0,5880 = 0,01031 \cong 1\%$

Seja p o nº de defeitos por 100 unidades e n o tamanho da amostra examinada.

Temos $\lambda = np$.

Seja X o número de itens defeituosos na amostra examinada.

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Código D , n = 8 , NQA = 1,5 , Ac = 0 Re = 1

$$P(Ac) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} = e^{-\lambda}$$

Para p = 0,0013 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,0013 = 0,0104$ $P(Ac) = e^{-0,0104} = 0,98965 \cong 99\%$

Para p = 0,0064 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,0064 = 0,0512$ $P(Ac) = e^{-0,0512} = 0,95009 \cong 95\%$

Para p = 0,0131 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,0131 = 0,1048$ $P(Ac) = e^{-0,1048} = 0,90050 \cong 90\%$

Para p = 0,5760 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,5760 = 4,6080$ $P(Ac) = e^{-4,6080} = 0,00997 \cong 1\%$

Código D , n = 8 , NQA = 6,5 , Ac = 1 Re = 2

$$P(Ac) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} + \frac{e^{-\lambda} \lambda^1}{1!} = e^{-\lambda} (1 + \lambda)$$

Para p = 0,0186 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,0186 = 0,1488$ $P(Ac) = e^{-0,1488} (1 + 0,1488) = 0,98997 \cong 99\%$

Para p = 0,0444 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,0444 = 0,3552$ $P(Ac) = e^{-0,3552} (1 + 0,3552) = 0,95004 \cong 95\%$

Para p = 0,0665 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,0665 = 0,5320$ $P(Ac) = e^{-0,5320} (1 + 0,5320) = 0,89994 \cong 90\%$

Para p = 0,8300 $\rightarrow \lambda = 8 \times 0,8300 = 6,6400$ $P(Ac) = e^{-6,6400} (1 + 6,6400) = 0,00999 \cong 1\%$

8)Referente ao exemplo 6.1 pg 165.

Estudos anteriores revelam a existência de um grande lençol de água no subsolo de uma região. No entanto, sua profundidade ainda não foi determinada, sabendo-se apenas que o lençol pode estar situado em qualquer ponto entre 20 e 100 metros. Seja X a profundidade em que uma sonda detectou o lençol de água.

a)Mostre que $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{80} & \text{para } 20 \leq x \leq 100 \\ 0 & \text{para } x < 20 \text{ ou } x > 100 \end{cases}$ é uma função de probabilidade.

b)Determine a probabilidade da profundidade da água estar entre 50 e 60 metros.

9)O peso de uma lata de certo produto tem distribuição normal com média de 1,05 kg e desvio padrão de 0,02 kg.

a)Se o peso escrito na embalagem for de 1 kg, qual a probabilidade da lata estar abaixo do peso?

b)Qual o número esperado de latas abaixo do peso se foram produzidas 200 latas?

10)Suponha que os clientes cheguem a um caixa automático de um banco a uma taxa de 20 por hora. Se um cliente acabou de chegar, qual é a probabilidade que o próximo cliente chegue dentro de 6 minutos?

11)O consumo diário de nafta em um coletivo é uma variável aleatória normal com média de 100 litros e desvio padrão de 11 litros. O litro de nafta custa \$40,00 por litro. O motorista leva a conta ao proprietário após 30 dias de trabalho.

Se em dois períodos consecutivos a conta apresentada foi superior a \$126.600,00, há motivo para se suspeitar da honestidade do motorista?

12)Sabe-se que a vida de lâmpadas elétricas tem distribuição aproximadamente exponencial, com vida média de 10.000 horas. Determine a percentagem das lâmpadas que queimarão antes de 5.000 horas.

13)Uma indústria produziu 30.000 peças plásticas para uso no ramo de eletro-eletrônicos em um dia de trabalho, sendo 7500 peças produzidas em cada uma das quatro máquinas injetoras de polímeros existentes na indústria.

Cada situação abaixo corresponde a um tipo de amostragem, a saber: amostragem casual simples (ACS), amostragem sistemática (AS), amostragem estratificada (AE) e amostragem por conglomerado (AC). Identifique cada amostragem e diga qual é a mais conveniente.

() Sortear 25 peças provenientes de cada máquina injetora para serem avaliadas quanto às dimensões especificadas pelo cliente.

() Sortear 100 peças de uma lista de 30.000 peças para serem avaliadas quanto às dimensões especificadas pelo cliente.

() Sortear, por exemplo, a 27ª peça de cada grupo de 300 peças para ser avaliada quanto às dimensões especificadas pelo cliente, grupos estes formados na sequência das 30.000 peças listadas.

() Sortear uma das máquinas injetoras e então sortear 100 peças de uma lista de 7.500 peças desta máquina para serem avaliadas quanto às dimensões especificadas pelo cliente.

14)Continuação modificada do exemplo 7.20 pg 232

Se o provedor de acesso à Internet quer que sua estimativa do tempo médio das conexões tenha uma margem de no máximo $\pm 0,5$, qual deveria ser o tamanho da amostra, utilizando a mesma confiança?

15) Continuação modificada do exercício 22 pg 285

Se desejamos que a estimativa não se afaste do verdadeiro valor da resistência média de ruptura por mais de 15 kg, com confiança de 95%, quantos cabos adicionais devem ser testados?

16) Uma amostra aleatória de 50 capacetes de corredores de motos e de automóveis foi sujeita a um teste de impacto, sendo observado algum dano em 18 desses capacetes.

a) Encontre um intervalo de confiança 95% para a proporção verdadeira de capacetes desse tipo, que mostraria algum dano proveniente desse teste.

b) Usando a estimativa de p obtida a partir da amostra preliminar de 50 capacetes, quantos capacetes devem ser testados para estarmos 95% confiantes de que o erro na estimação do valor verdadeiro de p seja menor do que 0,02?

c) Quão grande terá de ser a amostra se desejarmos estar no mínimo 95% confiantes de que o erro na estimação do valor verdadeiro de p seja menor do que 0,02, independente do valor verdadeiro de p ?

17) O gerente de controle de qualidade de uma fábrica de lâmpadas de filamento quer calcular a vida útil média das lâmpadas. Sabe-se que a remessa contém um total de 2000 lâmpadas e que uma amostra aleatória de 50 lâmpadas indicou uma vida útil média da amostra igual a 350 horas. O gerente supõe que o desvio padrão do processo é de 100 horas.

a) Desenvolva uma estimativa, com intervalo de confiança de 95% da verdadeira média de vida útil das lâmpadas nessa remessa.

b) Determine o tamanho de amostra necessário para se calcular a vida útil média, em uma margem de ± 20 horas, com 95% de confiança.

18) O conteúdo de açúcar na calda de pêssegos em lata é normalmente distribuído. Uma amostra aleatória de $n = 10$ latas resultou com um desvio padrão $s = 4,8$ mg. Encontre um intervalo com 95% de confiança para o desvio padrão do conteúdo de açúcar na calda.

19) *Carta de controle para a média ($\bar{X}$) e para a amplitude (R)*

Especificação: 225 a 275 g

Atividade: produção de bolo industrial

Característica: peso do bolo (em g)

Tamanho da amostra: 5 peças

Frequência média das retiradas de amostras: de $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{2}$ hora

Total de amostras: 25

horário	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	R
07:00	266	267	266	268	282		
07:30	260	272	258	262	283		
08:00	288	270	280	270	282		
08:30	255	266	264	266	272		
09:00	276	274	284	272	276		
09:30	257	280	280	270	272		
10:00	272	280	264	264	284		
10:30	282	268	272	261	275		
11:00	264	270	269	258	260		
11:30	266	257	262	263	265		
12:00	260	263	266	265	258		
12:30	268	270	274	269	260		
13:00	278	278	278	278	280		
13:30	254	272	274	268	265		
14:00	270	261	255	263	271		
14:30	258	272	272	280	265		
15:00	280	272	268	270	265		
15:30	264	270	278	264	270		
16:00	260	266	258	270	269		
16:30	269	274	269	286	268		
17:00	281	275	283	274	279		
17:30	281	278	277	274	282		
18:00	285	275	276	280	275		
18:30	267	272	276	275	270		
19:00	262	268	276	274	260		

GABARITO:

horário	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	R
07:00	266	267	266	268	282	269,8	16
07:30	260	272	258	262	283	267,0	25
08:00	288	270	280	270	282	278,0	18
08:30	255	266	264	266	272	264,6	17
09:00	276	274	284	272	276	276,4	12
09:30	257	280	280	270	272	271,8	23
10:00	272	280	264	264	284	272,8	20
10:30	282	268	272	261	275	271,6	21
11:00	264	270	269	258	260	264,2	12
11:30	266	257	262	263	265	262,6	9
12:00	260	263	266	265	258	262,4	8
12:30	268	270	274	269	260	268,2	14
13:00	278	278	278	278	280	278,4	2
13:30	254	272	274	268	265	266,6	20
14:00	270	261	255	263	271	264,0	16
14:30	258	272	272	280	265	269,4	22
15:00	280	272	268	270	265	271,0	15
15:30	264	270	278	264	270	269,2	14
16:00	260	266	258	270	269	264,6	12
16:30	269	274	269	286	268	273,2	18
17:00	281	275	283	274	279	278,4	9
17:30	281	278	277	274	282	278,4	8
18:00	285	275	276	280	275	278,2	10
18:30	267	272	276	275	270	272,0	9
19:00	262	268	276	274	260	268,0	16

$\bar{\bar{X}} = 270,43$; $\bar{R} = 14,64$; $n = 5$; $A_2 = 0,577$; D_3 não existe ; $D_4 = 2,114$; $d_2 = 2,326$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{14,64}{2,326} = 6,29 ; \hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = 270,43$$

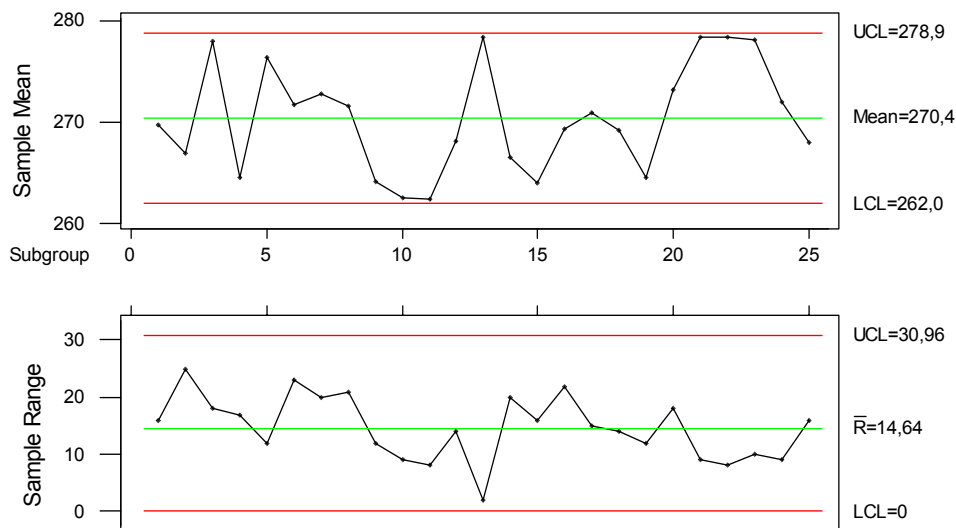
$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 270,43 + 0,577 \times 14,64 = 278,88$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 270,43 - 0,577 \times 14,64 = 261,98$$

$$LSC_R = D_4 \bar{R} = 2,114 \times 14,64 = 30,95$$

LIC_R não existe

Carta de controle para média e R para o peso do bolo industrial



O processo está estável.

Especificação: 225 a 275 g

$$C_p = \frac{\text{tolerância}}{\text{dispersão}} = \frac{(LSE - LIE)}{6\hat{\sigma}} = \frac{50}{6 \times 6,29} = 1,32 > 1$$

$$Z_i = \frac{(\bar{\bar{X}} - LIE)}{\hat{\sigma}} = \frac{270,43 - 225}{6,29} = 7,22 \quad \text{e} \quad Z_s = \frac{(LSE - \bar{\bar{X}})}{\hat{\sigma}} = \frac{275 - 270,43}{6,29} = 0,73$$

$$C_{pk} = \frac{Z_{\min}}{3} = \frac{\min(Z_i, Z_s)}{3} = \frac{0,73}{3} = 0,24 < 1 \rightarrow \text{o processo não é capaz.}$$

$C_p \neq C_{pk} \rightarrow$ O processo não está centralizado

$$P(\text{fora da especificação}) = P(Z < -Z_i) + P(Z > Z_s) = P(Z < -7,22) + P(Z > 0,73) = 0 + (1 - P(Z \leq 0,73)) = 1 - 0,7673 = 0,2327$$