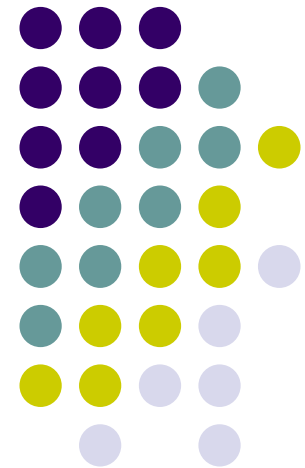


Modelo de Insumo- Produto e a Interação entre Regiões

Economia Regional e Urbana
Prof. Vladimir Fernandes Maciel



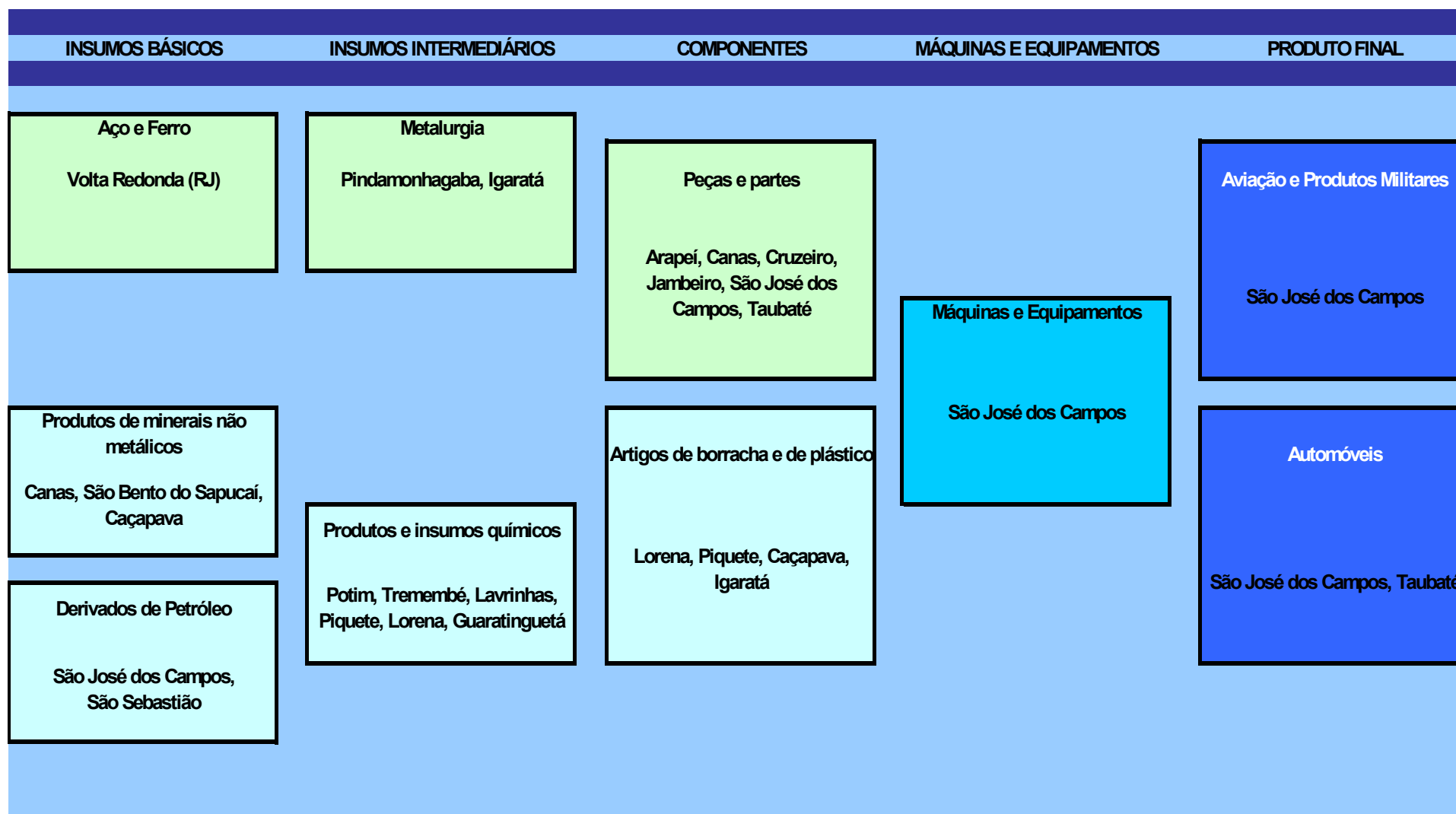
NPQV



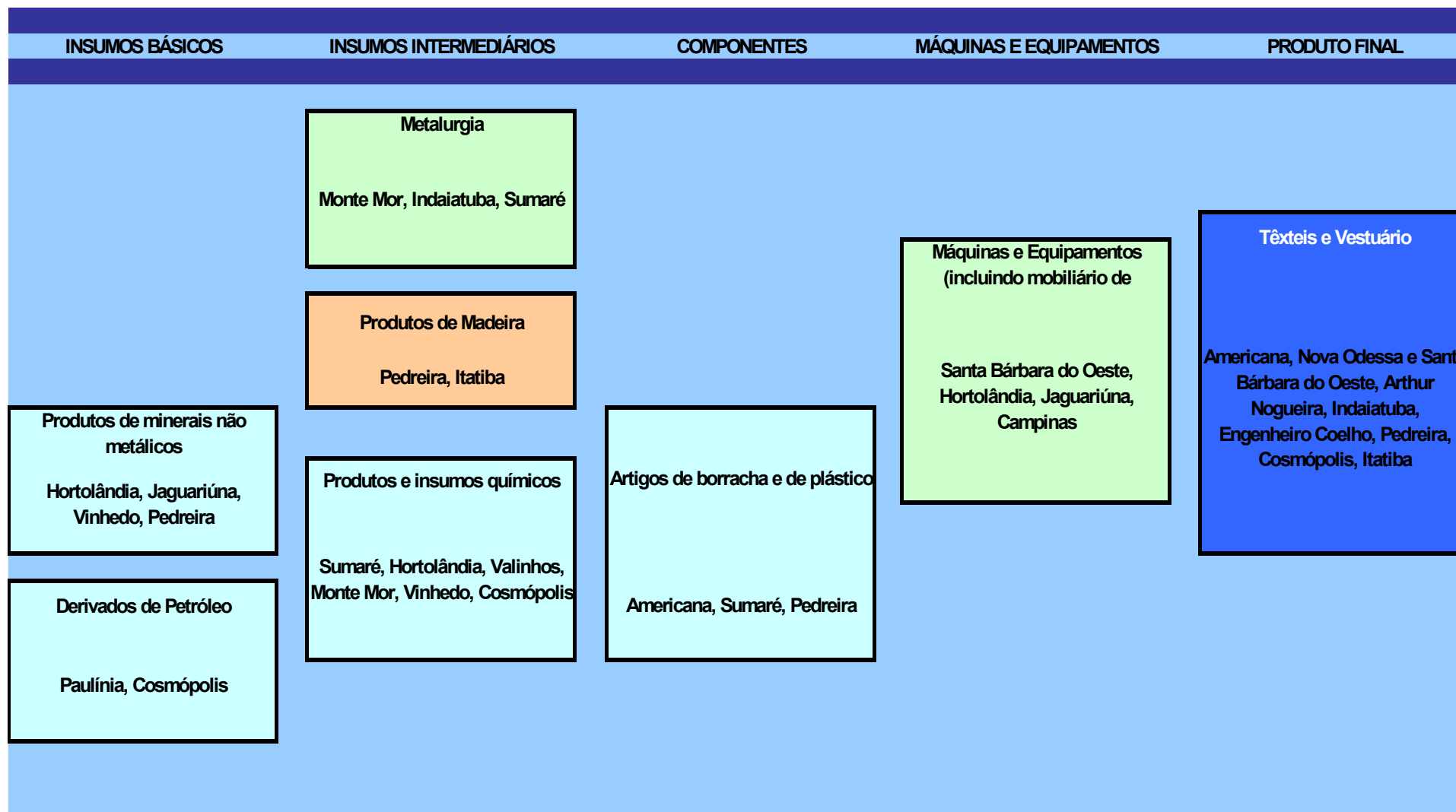
Matriz Insumo-Produto

- Conhecida como matriz de relação intersetorial ou matriz de Leontief.
- Representa uma “radiografia” da estrutura da economia, pois cada setor da atividade compra e vende para outros setores da atividade.
- A pergunta central em que se baseia o modelo: de que forma uma decisão de consumo ou de investimento influencia o setor produtivo?
- Do ponto de vista regional: de que forma decisões de consumo e de investimento de uma determinada região influenciam o setor produtivo de outras regiões?

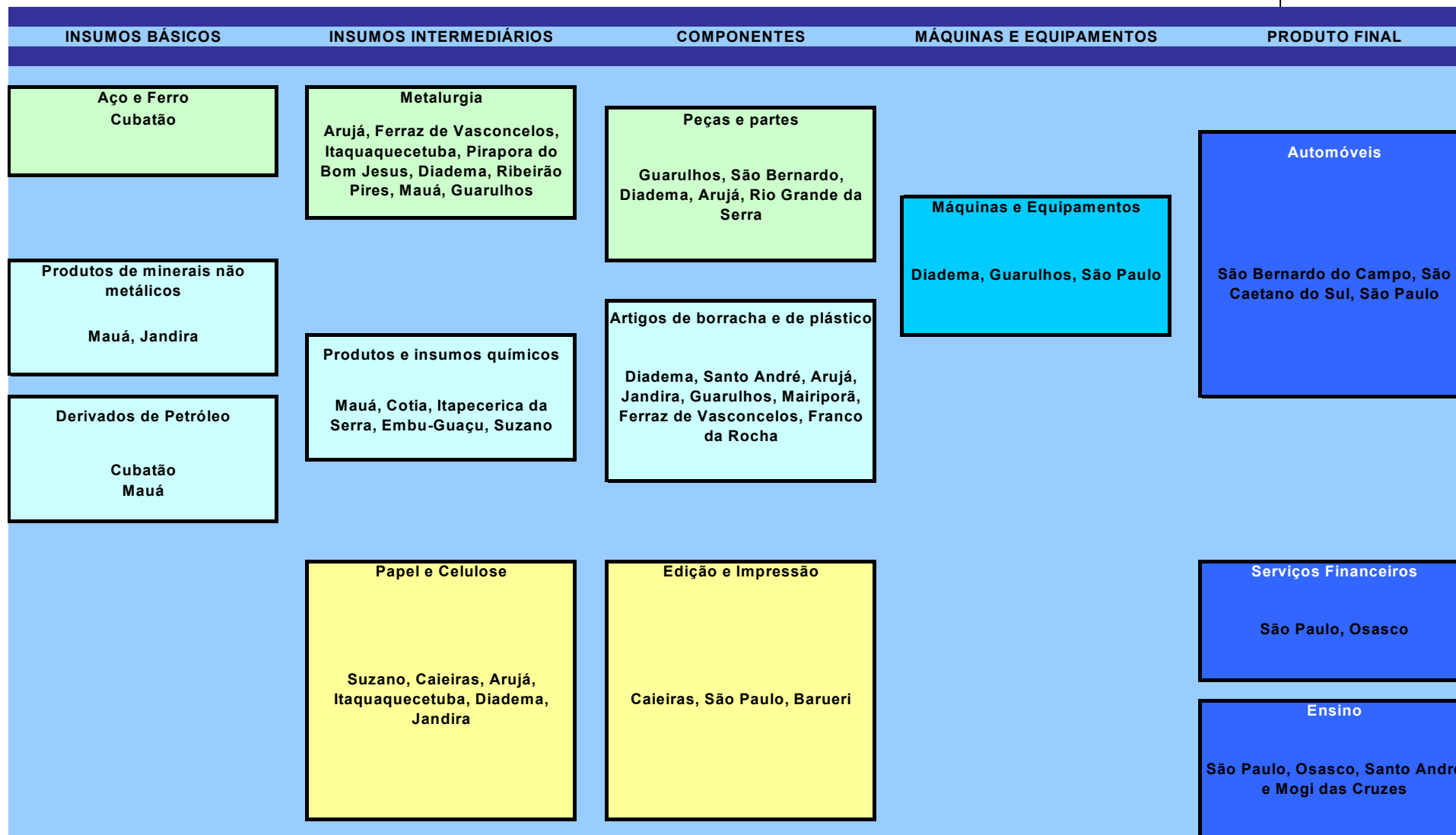
Motivação: Cadeia Produtiva e Espaço - Vale do Paraíba



Motivação: Cadeia Produtiva e Espaço – Região de Campinas



Motivação: Cadeia Produtiva e Espaço - RMSP



Origem da Matriz Insumo-Produto



- Sistemas de Contas Nacionais, em particular, por meio da desagregação dos componentes da conta (global) de produção, saber:
 - Créditos (componentes da demanda agregada);
 - Débitos (componentes do valor adicionado);
 - Transações intermediárias entre os setores produtivos (especificamente é daqui que se constitui a matriz insumo-produto).

DÉBITOS	CRÉDITOS
Pagamentos das firmas aos fatores de produção – componentes do valor adicionado (salários juros lucro e aluguéis)	O que as firmas receberam dos setores que adquiriram bem e serviços finais (C+I+G+X-M)
Aquisição de bens e serviços de outras empresas	Venda de bens e serviços para outras empresas
Impostos indiretos menos subsídios	
PRODUTO INTERNO BRUTO	DESPESA INTERNA BRUTA



Matriz Insumo-Produto

- Cada setor é relacionado duas vezes:
 - Em linha (o que cada setor vende);
 - Em coluna (o que cada setor compra).
- Permite-se o cálculo do coeficiente técnico de produção (a_{ij}), isto é, quanto o setor j necessita do produto do setor i (em valores monetários). Ex.:

Se o setor de farinha produz \$100 e compra \$40 de trigo, o coeficiente técnico é: $a_{ij} = 40 / 100 = 0,4$

Esquemática (para 3 setores)



Demandas Intersectoriais (X_{ij})	Demanda Final (Y_i)	Valor Bruto da Produção (V_i)
X_{11} X_{12} X_{13}	Y_1	V_1
X_{21} X_{22} X_{23}	Y_2	V_2
X_{31} X_{32} X_{33}	Y_3	V_3

Portanto,

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + Y_1 = V_1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + Y_2 = V_2$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + Y_3 = V_3$$



Tabela de Insumo-Produto

Origem-Destino	Demanda Setor 1	Demanda Setor 2	Demanda Setor 3	Demanda Final	Valor Bruto Produção
Setor 1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	Y_1	V_1
Setor 2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	Y_2	V_2
Setor 3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	Y_3	V_3
Importação	M_1	M_2	M_3		
Valor adicionado	VA_1	VA_2	VA_3		
Valor Bruto Produção	V_1	V_2	V_3		



Coeficientes técnicos

- A partir das compras intermediárias e dos valores brutos da produção, obtém-se a matriz de coeficientes técnicos como segue:

$$A_{ij} = X_{ij} / V_j$$

(demanda de insumos que o setor j faz ao setor i para cada unidade de valor bruto da produção)

- Pressupõe-se, portanto, funções de produção de coeficientes fixos (função de produção de Leontieff) => aplicação do modelo torna-se imprecisa no longo prazo (mudanças de tecnologia mudam os coeficientes).



Equações Insumo-Produto

- Vimos que:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + Y_1 = V_1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + Y_2 = V_2$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + Y_3 = V_3$$

- Como:

$$A_{ij} = X_{ij} / V_j \Rightarrow X_{ij} = A_{ij} \cdot V_j$$

- Podemos reescrever as três primeiras equações como:

$$A_{11} V_1 + A_{12} V_2 + A_{13} V_3 + Y_1 = V_1$$

$$A_{21} V_1 + A_{22} V_2 + A_{23} V_3 + Y_2 = V_2$$

$$A_{31} V_1 + A_{32} V_2 + A_{33} V_3 + Y_3 = V_3$$



Equações Insumo-Produto

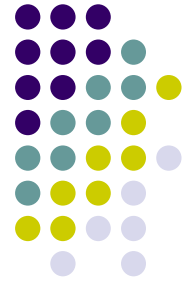
- Isolando-se a demanda final Y do lado direito das equações:

$$\begin{aligned}(1 - A_{11})V_1 - A_{12}V_2 - A_{13}V_3 &= Y_1 \\ -A_{21}V_1 + (1 - A_{22})V_2 - A_{23}V_3 &= Y_2 \\ -A_{31}V_1 - A_{32}V_2 + (1 - A_{33})V_3 &= Y_3\end{aligned}$$

- Temos, portanto, um sistema matricial do tipo:
 $(I - A)V = Y$, pois:

$$\begin{vmatrix} (1 - A_{11}) & -A_{12} & -A_{13} \\ -A_{21} & (1 - A_{22}) & -A_{23} \\ -A_{31} & -A_{32} & (1 - A_{33}) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{vmatrix}$$

Equações Insumo-Produto



- De modo que: $V = (I - A)^{-1}Y$
- Assim é possível determinar o impacto na produção dos setores quando há uma variação na demanda final.

Matriz Interregional de Insumos



- Abordagem mais geral e completa voltada para análise regional.
- Ela é construída identificando-se como origem e destino dos insumos não apenas os setores, mas também as regiões a que pertencem.
- Dessa forma, a matriz de transações intermediárias desdobra-se para representar cada possibilidade envolvendo cada setor de uma região com todos os setores (inclusive o próprio) de todas as regiões.

Construindo a tabela e a matriz decorrente



- Se tivermos 3 setores e duas regiões teremos para o setor 1 apenas:

$$\left. \begin{array}{llll} X_{11aa} & X_{12aa} & X_{13aa} & \Rightarrow X_{1aa} \\ X_{11ab} & X_{12ab} & X_{13ab} & \Rightarrow X_{1ab} \\ X_{11ba} & X_{12ba} & X_{13ba} & \Rightarrow X_{1ba} \\ X_{11bb} & X_{12bb} & X_{13bb} & \Rightarrow X_{1bb} \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_{1a} \\ X_{1b} \end{array}$$

- Onde:
 - X_{ijuv} é a venda intermediária do setor i da região u ao setor j da região v .
 - X_{iuv} é as vendas intermediárias totais do setor i da região u para a região v .

A tabela interregional: 3 setores e 2 regiões



SETOR	DEMANDA INTERMEDIÁRIA				DEMANDA FINAL			VBP	
	1	2	3	Subtotal	Vendas	DF interna	Export.	Subtotal	Total
1	X11aa	X12aa	X13aa	X1aa	X1a	DF 1a	E 1a	Y1a	V1a
	X11ab	X12ab	X13ab	X1ab					
	X11ba	X12ba	X13ba	X1ba	X1b	DF 1b	E 1b	Y1b	V1b
	X11bb	X12bb	X13bb	X1bb					
2	X21aa	X22aa	X33aa	X2aa	X2a	DF 2a	E 2a	Y2a	V2a
	X21ab	X22ab	X33ab	X2ab					
	X21ba	X22ba	X33ba	X2ba	X2b	DF 2b	E 2b	Y2b	V2b
	X21bb	X22bb	X33bb	X2bb					
3	X31aa	X32aa	X33aa	X3aa	X3a	DF 3a	E 3a	Y3a	V3a
	X31ab	X32ab	X33ab	X3ab					
	X31ba	X32ba	X33ba	X3ba	X3b	DF 3b	E 3b	Y3b	V3b
	X31bb	X32bb	X33bb	X3bb					
Compras	Z1a Z1b	Z2a Z2b	Z3a Z3b						
Import.	M1a M1b	M2a M2b	M3a M3b						
V.A.	VA1a VA1b	VA2a VA2b	VA3a VA3b						
Total	V1a V1b	V2a V2b	V3a V3b						

Onde, por exemplo,

$$X_{1a} = X_{1aa} + X_{1ab}$$

$$V_{1a} = X_{1a} + Y_{1a}$$

$$Z_{2a} = Z_{2aa} + Z_{2ba} \quad \text{e assim por diante...}$$

Matriz inter-regional de insumos (demanda intermediária)



		Região A			Região B		
		1	2	3	1	2	3
setor		1	2	3	1	2	3
Região A	1	X11aa	X12aa	X13aa	X11ab	X12ab	X13ab
	2	X21aa	X22aa	X23aa	X21ab	X22ab	X23ab
	3	X31aa	X32aa	X33aa	X31ab	X32ab	X33ab
Região B	1	X11ba	X12ba	X13ba	X11bb	X12bb	X13bb
	2	X21ba	X22ba	X23ba	X21bb	X22bb	X23bb
	3	X31ba	X32ba	X33ba	X31bb	X32bb	X33bb



Valor Bruto da Produção

- A equação do valor bruto da produção do setor 1 da região a, por exemplo, é:

$$V_{1a} = X_{11aa} + X_{12aa} + X_{13aa} + X_{11ab} + X_{12ab} + X_{13ab} + Y_{1a}$$

- E assim por diante....
- Lembrando-se que os coeficientes técnicos de uma matriz insumo-produto genérica é

$$A_{ij} = X_{ij} / V_j$$

- Teremos para o caso interregional:

Coeficientes Intra-Regionais de Insumos



- Valor das compras que o setor 1 da região a faz ao setor 1 da mesma região, em proporção do valor bruto da produção do setor 1 da região a:

$$A_{11aa} = X_{11aa} / V_{1a}$$

- No caso das compras do setor 2 da região b em relação a si mesmos:

$$A_{22bb} = X_{22bb} / V_{2b}$$

- E assim por diante...

Coeficientes Inter-regionais de insumos (coeficientes de comércio)



- Valor das compras de insumos que o setor 1 da região b faz ao setor 1 da região a, por unidade de valor bruto da produção de b no setor 1:

$$A_{11ab} = X_{11ab} / V_{1b}$$

- Para as compras que o setor 3 da região a faz ao setor 2 da região b, em termos do valor bruto da produção de a no setor 3:

$$A_{23ba} = X_{23ba} / V_{3a}$$

- (...)

Reescrevendo as equações do valor bruto



$$V_{1a} = A_{11aa} V_{1a} + (\dots) + A_{13ab} V_{3b} + Y_{1a}$$

(...)

- Que isolando-se o valor da demanda final obtém-se:

$$Y_{1a} = (1 - A_{11aa}) V_{1a} - (\dots) - A_{13ab} V_{3b}$$

(...)

- Tornando-se, portanto, um sistema linear do tipo: $Y = (I - A).V$

Modelo Insumo-Produto Interregional



- Portanto, podemos calcular o impacto da variação na demanda final de uma região sobre os seus setores e sobre os setores das demais regiões:

$$V = (I - A)^{-1} Y$$

(Em que A é composta por submatrizes de coeficientes intra e inter-regionais de insumos)

- O impacto de uma variação na demanda final de uma região sobre seu setor de produção depende não apenas das relações interindustriais internas, mas também da que mantém com outras regiões.



Considerações Finais

- O efeito de uma variação na demanda final do setor de uma região ocorre primeiramente sobre ele próprio e sobre o setor de produção de outra região, porém retorna sob a forma de variação nas quantidades de insumos que os setores da outra região adquirem, constituindo a retroalimentação (*feedback*).
- Limitações do modelo:
 - Necessidade de enorme quantidade de informações;
 - Rigidez imposta pelos coeficientes fixos, logo, suas previsões somente se aplicam ao curto prazo.