Modelo de Insumo-Produto e a Interação entre Regiões

Economia Regional e Urbana

Prof. Vladimir Fernandes Maciel

Matriz Insumo-Produto

- Conhecida como matriz de relação intersetorial ou matriz de Leontief.
- Representa uma "radiografia" da estrutura da economia, pois cada setor da atividade compra e vende para outros setores da atividade.
- A pergunta central em que se baseia o modelo: de que forma uma decisão de consumo ou de investimento influencia o setor produtivo?
- Do ponto de vista regional: de que forma decisões de consumo e de investimento de uma determinada região influenciam o setor produtivo de outras regiões?

Motivação: Cadeia Produtiva e Espaço - Vale do Paraíba

INSUMOS BÁSICOS	INSUMOS INTERMEDIÁRIOS	COMPONENTES	MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS	PRODUTO FINAL
Aço e Ferro Volta Redonda (RJ)	Metalurgia Pindamonhagaba, Igaratá	Peças e partes Arapeí, Canas, Cruzeiro, Jambeiro, São José dos Campos, Taubaté	Máquinas e Equipamentos São José dos Campos	Aviação e Produtos Militares São José dos Campos
Produtos de minerais não metálicos Canas, São Bento do Sapucaí, Caçapava	Produtos e insumos químicos Potim, Tremembé, Lavrinhas, Piquete, Lorena, Guaratinguetá	Artigos de borracha e de plástico Lorena, Piquete, Caçapava, Igaratá		Automóveis São José dos Campos, Taubaté
Derivados de Petróleo São José dos Campos, São Sebastião				

Motivação: Cadeia Produtiva e Espaço – Região de Campinas

INSUMOS BÁSICOS	INSUMOS INTERMEDIÁRIOS	COMPONENTES	MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS	PRODUTO FINAL
	Metalurgia Monte Mor, Indaiatuba, Sumaré		**Máquinas e Equipamentos (incluindo mobiliário de** Santa Bárbara do Oeste, Hortolândia, Jaguariúna, Campinas	**Têxteis e Vestuário** Americana, Nova Odessa e Santa Bárbara do Oeste, Arthur Nogueira, Indaiatuba, Engenheiro Coelho, Pedreira, Cosmópolis, Itatiba
	Produtos de Madeira Pedreira, Itatiba			
Produtos de minerais não metálicos Hortolândia, Jaguariúna, Vinhedo, Pedreira	**Produtos e insumos químicos** Sumaré, Hortolândia, Valinhos, Monte Mor, Vinhedo, Cosmópolis	**Artigos de borracha e de plástico** Americana, Sumaré, Pedreira		
Derivados de Petróleo Paulínia, Cosmópolis				

Motivação: Cadeia Produtiva e Espaço - RMSP

INSUMOS BÁSICOS

Aço e Ferro
Cubatão

Produtos de minerais não metálicos
Mauá, Jandira

Derivados de Petróleo
Cubatão
Mauá

INSUMOS INTERMEDIÁRIOS

Metalurgia
Arujá, Ferraz de Vasconcelos, Itaquaquecetuba, Pirapora do Bom Jesus, Diadema, Ribeirão Pires, Mauá, Guarulhos

Produtos e insumos químicos
Mauá, Cotia, Itapecerica da Serra, Embu-Guaçu, Suzano

Papel e Celulose
Suzano, Caieiras, Arujá, Itaquaquecetuba, Diadema, Jandira

COMPONENTES

Peças e partes
Guarulhos, São Bernardo, Diadema, Arujá, Rio Grande da Serra

Artigos de borracha e de plástico
Diadema, Santo André, Arujá, Jandira, Guarulhos, Mairiporã, Ferraz de Vasconcelos, Franco da Rocha

Edição e Impressão
Caieiras, São Paulo, Barueri

MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS

Máquinas e Equipamentos
Diadema, Guarulhos, São Paulo

PRODUTO FINAL

Automóveis
São Bernardo do Campo, São Caetano do Sul, São Paulo

Serviços Financeiros
São Paulo, Osasco

Ensino
São Paulo, Osasco, Santo André e Mogi das Cruzes

Origem da Matriz Insumo-Produto

- Sistemas de Contas Nacionais, em particular, por meio da desagregação dos componentes da conta (global) de produção, saber:
  - Créditos (componentes da demanda agregada);
  - Débitos (componentes do valor adicionado);
  - Transações intermediárias entre os setores produtivos (especificamente é daqui que se constitui a matriz insumo-produto).

DÉBITOS	CRÉDITOS
Pagamentos das firmas aos fatores de produção – componentes do valor adicionado (salários juros lucro e aluguéis) Aquisição de bens e serviços de outras empresas Impostos indiretos menos subsídios	O que as firmas receberam dos setores que adquiriram bem e serviços finais (C+I+G+X-M) Venda de bens e serviços para outras empresas
PRODUTO INTERNO BRUTO	DESPESA INTERNA BRUTA

Matriz Insumo-Produto

- Cada setor é relacionado duas vezes:
  - Em linha (o que cada setor vende);
  - Em coluna (o que cada setor compra).
- Permite-se o cálculo do coeficiente técnico de produção (aij), isto é, quanto o setor j necessita do produto do setor i (em valores monetários). Ex.:

  Se o setor de farinha produz \$100 e compra \$40 de trigo, o coeficiente técnico é: aij = 40 / 100 = 0,4

Esquematização (para 3 setores)

Demandas Intersetoriais (Xij)	Demanda Final (Yi)	Valor Bruto da Produção (Vi)
X_{11} X_{12} X_{13}	Y_1	V_1
X_{21} X_{22} X_{23}	Y_2	V_2
X_{31} X_{32} X_{33}	Y_3	V_3

Portanto,

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + Y_1 = V_1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + Y_2 = V_2$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + Y_3 = V_3$$

Tabela de Insumo-Produto

Origem-Destino	Demanda Setor 1	Demanda Setor 2	Demanda Setor 3	Demanda Final	Valor Bruto Produção
Setor 1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	Y_1	V_1
Setor 2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	Y_2	V_2
Setor 3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	Y_3	V_3
Importação	M_1	M_2	M_3		
Valor adicionado	VA_1	VA_2	VA_3		
Valor Bruto Produção	V_1	V_2	V_3		

Coeficientes técnicos

- A partir das compras intermediárias e dos valores brutos da produção, obtém-se a matriz de coeficientes técnicos como segue:

  $$Aij = Xij / Vj$$

  (demanda de insumos que o setor j faz ao setor i para cada unidade de valor bruto da produção)
- Pressupõe-se, portanto, funções de produção de coeficientes fixos (função de produção de Leontieff) => aplicação do modelo torna-se imprecisa no longo prazo (mudanças de tecnologia mudam os coeficientes).

Equações Insumo-Produto

- Vimos que:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + Y_1 = V_1$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + Y_2 = V_2$$
$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + Y_3 = V_3$$

- Como:

$$Aij = Xij / Vj \quad => \quad Xij = Aij \, . \, Vj$$

- Podemos reescrever as três primeiras equações como:

$$A_{11} V_1 + A_{12} V_2 + A_{13} V_3 + Y_1 = V_1$$
$$A_{21} V_1 + A_{22} V_2 + A_{23} V_3 + Y_2 = V_2$$
$$A_{31} V_1 + A_{32} V_2 + A_{33} V_3 + Y_3 = V_3$$

Equações Insumo-Produto

- Isolando-se a demanda final Y do lado direito das equações:

$$(1 - A_{11})V_1 - A_{12}V_2 - A_{13}V_3 = Y_1$$
$$- A_{21}V_1 + (1 - A_{22})V_2 - A_{23}V_3 = Y_2$$
$$- A_{31}V_1 - A_{32}V_2 + (1 - A_{33})V_3 = Y_3$$

- Temos, portanto, um sistema matricial do tipo: (I – A)V = Y, pois:

$$\begin{vmatrix} (1-A_{11}) & -A_{12} & -A_{13} \\ -A_{21} & (1-A_{22}) & -A_{23} \\ -A_{31} & -A_{32} & (1-A_{33}) \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{vmatrix}$$

Equações Insumo-Produto

- De modo que: $V = (I - A)^{-1}Y$
- Assim é possível determinar o impacto na produção dos setores quando há uma variação na demanda final.

Matriz Interregional de Insumos

- Abordagem mais geral e completa voltada para análise regional.
- Ela é construída identificando-se como origem e destino dos insumos não apenas os setores, mas também as regiões a que pertencem.
- Dessa forma, a matriz de transações intermediárias desdobra-se para representar cada possibilidade envolvendo cada setor de uma região com todos os setores (inclusive o próprio) de todas as regiões.

Construindo a tabela e a matriz decorrente

- Se tivermos 3 setores e duas regiões teremos para o setor 1 apenas:

$$
\left.\begin{matrix}
X_{11aa} & X_{12aa} & X_{13aa} & \Rightarrow X_{1aa} \\
X_{11ab} & X_{12ab} & X_{13ab} & \Rightarrow X_{1ab}
\end{matrix}\right\} X_{1a}
$$

$$
\left.\begin{matrix}
X_{11ba} & X_{12ba} & X_{13ba} & \Rightarrow X_{1ba} \\
X_{11bb} & X_{12bb} & X_{13bb} & \Rightarrow X_{1bb}
\end{matrix}\right\} X_{1b}
$$

- Onde:
  - Xijuv é a venda intermediária do setor i da região u ao setor j da região v.
  - Xiuv é as vendas intermediárias totais do setor i da região u para a região v.

A tabela interregional: 3 setores e 2 regiões

<table>
<tr><th></th><th colspan="4">DEMANDA INTERMEDIÁRIA</th><th colspan="4">DEMANDA FINAL</th><th>VBP</th></tr>
<tr><th>SETOR</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>Subtotal</th><th>Vendas</th><th>DF interna</th><th>Export.</th><th>Subtotal</th><th>Total</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td>X11aa</td><td>X12aa</td><td>X13aa</td><td>X1aa</td><td rowspan="2">X1a</td><td rowspan="2">DF 1a</td><td rowspan="2">E 1a</td><td rowspan="2">Y1a</td><td rowspan="2">V1a</td></tr>
<tr><td>X11ab</td><td>X12ab</td><td>X13ab</td><td>X1ab</td></tr>
<tr><td>X11ba</td><td>X12ba</td><td>X13ba</td><td>X1ba</td><td rowspan="2">X1b</td><td rowspan="2">DF 1b</td><td rowspan="2">E 1b</td><td rowspan="2">Y1b</td><td rowspan="2">V1b</td></tr>
<tr><td>X11bb</td><td>X12bb</td><td>X13bb</td><td>X1bb</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td>X21aa</td><td>X22aa</td><td>X33aa</td><td>X2aa</td><td rowspan="2">X2a</td><td rowspan="2">DF 2a</td><td rowspan="2">E 2a</td><td rowspan="2">Y2a</td><td rowspan="2">V2a</td></tr>
<tr><td>X21ab</td><td>X22ab</td><td>X33ab</td><td>X2ab</td></tr>
<tr><td>X21ba</td><td>X22ba</td><td>X33ba</td><td>X2ba</td><td rowspan="2">X2b</td><td rowspan="2">DF 2b</td><td rowspan="2">E 2b</td><td rowspan="2">Y2b</td><td rowspan="2">V2b</td></tr>
<tr><td>X21bb</td><td>X22bb</td><td>X33bb</td><td>X2bb</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3</td><td>X31aa</td><td>X32aa</td><td>X33aa</td><td>X3aa</td><td rowspan="2">X3a</td><td rowspan="2">DF 3a</td><td rowspan="2">E 3a</td><td rowspan="2">Y3a</td><td rowspan="2">V3a</td></tr>
<tr><td>X31ab</td><td>X32ab</td><td>X33ab</td><td>X3ab</td></tr>
<tr><td>X31ba</td><td>X32ba</td><td>X33ba</td><td>X3ba</td><td rowspan="2">X3b</td><td rowspan="2">DF 3b</td><td rowspan="2">E 3b</td><td rowspan="2">Y3b</td><td rowspan="2">V3b</td></tr>
<tr><td>X31bb</td><td>X32bb</td><td>X33bb</td><td>X3bb</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Compras</td><td>Z1a</td><td>Z2a</td><td>Z3a</td></tr>
<tr><td>Z1b</td><td>Z2b</td><td>Z3b</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Import.</td><td>M1a</td><td>M2a</td><td>M3a</td></tr>
<tr><td>M1b</td><td>M2b</td><td>M3b</td></tr>
<tr><td rowspan="2">V.A.</td><td>VA1a</td><td>VA2a</td><td>VA3a</td></tr>
<tr><td>VA1b</td><td>VA2b</td><td>VA3b</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Total</td><td>V1a</td><td>V2a</td><td>V3a</td></tr>
<tr><td>V1b</td><td>V2b</td><td>V3b</td></tr>
</table>

Onde, por exemplo,

$$X_{1a} = X_{1aa} + X_{1ab}$$

$$V_{1a} = X_{1a} + Y_{1a}$$

$$Z_{2a} = Z_{2aa} + Z_{2ba}$$ e assim por diante...

Matriz inter-regional de insumos (demanda intermediária)

		Região A			Região B		
	setor	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
Região A	**1**	X11aa	X12aa	X13aa	X11ab	X12ab	X13ab
	2	X21aa	X22aa	X23aa	X21ab	X22ab	X23ab
	3	X31aa	X32aa	X33aa	X31ab	X32ab	X33ab
Região B	**1**	X11ba	X12ba	X13ba	X11bb	X12bb	X13bb
	2	X21ba	X22ba	X23ba	X21bb	X22bb	X23bb
	3	X31ba	X32ba	X33ba	X31bb	X32bb	X33bb

Valor Bruto da Produção

- A equação do valor bruto da produção do setor 1 da região a, por exemplo, é:

$$V_{1a} = X_{11aa} + X_{12aa} + X_{13aa} + X_{11ab} + X_{12ab} + X_{13ab} + Y_{1a}$$

- E assim por diante....
- Lembrando-se que os coeficientes técnicos de uma matriz insumo-produto genérica é

$$Aij = Xij / Vj$$

- Teremos para o caso interregional:

Coeficientes Intra-Regionais de Insumos

- Valor das compras que o setor 1 da região a faz ao setor 1 da mesma região, em proporção do valor bruto da produção do setor 1 da região a:

$$A_{11aa} = X_{11aa} / V_{1a}$$

- No caso das compras do setor 2 da região b em relação a si mesmos:

$$A_{22bb} = X_{22bb} / V_{2b}$$

- E assim por diante...

Coeficientes Inter-regionais de insumos (coeficientes de comércio)

- Valor das compras de insumos que o setor 1 da região b faz ao setor 1 da região a, por unidade de valor bruto da produção de b no setor 1:

$$A_{11ab} = X_{11ab} / V_{1b}$$

- Para as compras que o setor 3 da região a faz ao setor 2 da região b, em termos do valor bruto da produção de a no setor 3:

$$A_{23ba} = X_{23ba} / V_{3a}$$

- (...)

Reescrevendo as equações do valor bruto

$V_{1a} = A_{11aa} V_{1a} + (....) + A_{13ab} V_{3b} + Y_{1a}$

(...)

- Que isolando-se o valor da demanda final obtém-se:

$Y_{1a} = (1 - A_{11aa})V_{1a} - (....) - A_{13ab} V_{3b}$

(...)

- Tornando-se, portanto, um sistema linear do tipo: $Y = (I – A).V$

Modelo Insumo-Produto Interregional

- Portanto, podemos calcular o impacto da variação na demanda final de uma região sobre os seus setores e sobre os setores das demais regiões:

$$V = (I - A)^{-1} Y$$

(Em que A é composta por submatrizes de coeficientes intra e inter-regionais de insumos)

- O impacto de uma variação na demanda final de uma região sobre seu setor de produção depende não apenas das relações interindustriais internas, mas também da que mantém com outras regiões.

Considerações Finais

- O efeito de uma variação na demanda final do setor de uma região ocorre primeiramente sobre ele próprio e sobre o setor de produção de outra região, porém retorna sob a forma de variação nas quantidades de insumos que os setores da outra região adquirem, constituindo a retroalimentação (*feedback*).
- Limitações do modelo:
  - Necessidade de enorme quantidade de informações;
  - Rigidez imposta pelos coeficientes fixos, logo, suas previsões somente se aplicam ao curto prazo.